

BÖLÜM I

Dersin Adı	Matematik	Tarih	13-24 Mayıs 2024
Sınıf	9	Süre	9 ders saati
Alt Öğrenme Alanı	ÜÇGENLER		
Konu	Üçgenin Alanı ile İlgili Problemler		

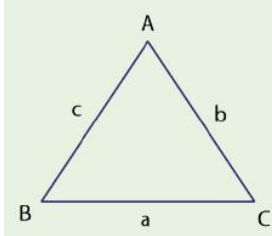
BÖLÜM II

Kazanım	9.4.5.1. Üçgenin alanı ile ilgili problemler çözer.
Değerler	Saygı, Değer Verme, Hoşgörü
Yöntem ve Teknikler	Düz anlatım, soru-cevap, problem çözme, örnek olay, beyin fırtınası, kavram haritası
Kullanılan Araç-Gereçler	Ders kitabı, yazı tahtası, etkileşimli tahta, z-kitap, internet, fotoğraf, pergel, cetvel

BÖLÜM III

Öğrenme-Öğretme Süreci

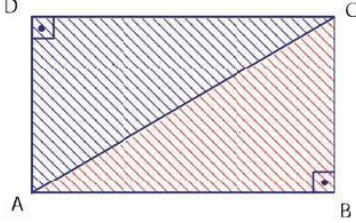
ÜÇGENİN ALANI İLE İLGİLİ PROBLEMLER



Üçgenin alanı, üçgenin herhangi bir kenar uzunluğu ile bu kenara ait yüksekliğinin çarpımının yarısıdır.

Kenar uzunlukları a birim, b birim ve c birim olan $\triangle ABC$ nin alanı $A(\triangle ABC)$ ile gösterilir ve $A(\triangle ABC) = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2}$ olur.

1. Dik Açılı Üçgenin Alanı



ABCD dikdörtgeni çizilirse

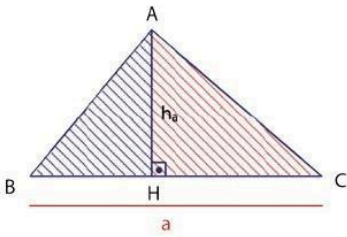
[AC] köşegeni dikdörtgenin alanını

ikiye böler. Bu durumda

$$A(\triangle ABC) = \frac{A(ABCD)}{2} = \frac{|AB| \cdot |BC|}{2} \text{ olur.}$$

Sonuç olarak dik üçgenin alanı dik kenarlar çarpımının yarısıdır ([AB] ve [BC] dik kenarlardır.).

2. Dar Açılı Üçgenin Alanı

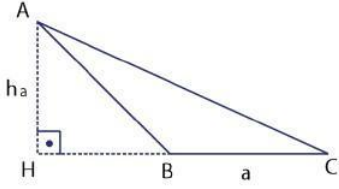


Dar açılı bir üçgenin bir köşesinden yükseklik indirildiğinde şekildeki gibi iki tane dik üçgenin alanları toplamı $\triangle ABC$ nin alanını verir.

$$\begin{aligned} A(\triangle ABC) &= A(\triangle ABH) + A(\triangle AHC) \Rightarrow A(\triangle ABC) = \frac{|BH| \cdot |AH|}{2} + \frac{|HC| \cdot |AH|}{2} \\ &\Rightarrow A(\triangle ABC) = \frac{|AH|}{2} \cdot (|BH| + |HC|) \\ &\Rightarrow A(\triangle ABC) = \frac{|AH| \cdot |BC|}{2} = \frac{a \cdot h_a}{2} \text{ olur.} \end{aligned}$$

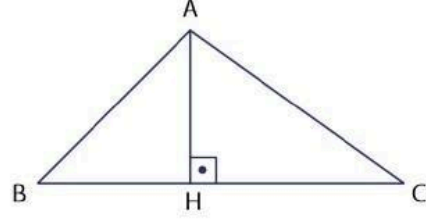
3. Geniř Açılı Üçgenin Alanı

Geniř açılı olan $\widehat{ABC}$ nin diklik merkezi üçgenin dışındadır. Bu durumda



$$\begin{aligned} A(\widehat{ABC}) &= A(\widehat{AHC}) - A(\widehat{AHB}) \\ &= \frac{|AH| \cdot |HC|}{2} - \frac{|AH| \cdot |HB|}{2} \\ &= \frac{|AH|}{2} \cdot (|HC| - |HB|) \\ &= a \cdot \frac{h_a}{2} \text{ olur.} \end{aligned}$$

ÖRNEK



Şekilde $\widehat{ABC}$ için

$|BC| = 18$ birim ,

$|AH| = 12$ birim ve $[AH] \perp [BC]$ ise

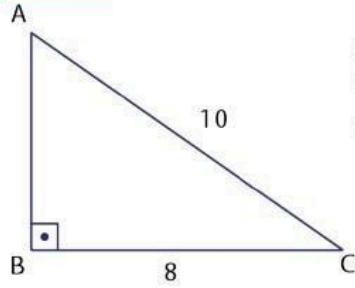
$A(\widehat{ABC})$ nın kaç birimkare olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

Üçgenin alanı, bir kenarın uzunluğu ile o kenara ait yüksekliğin çarpımının yarısı

olduğundan $A(\widehat{ABC}) = \frac{|BC| \cdot |AH|}{2} = \frac{18 \cdot 12}{2} = 108$ birimkare olur.

ÖRNEK

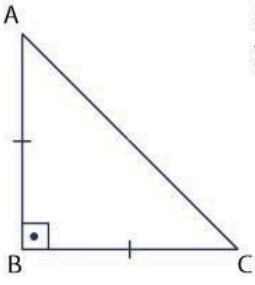


Şekildeki $\widehat{ABC}$ için $|BC| = 8$ birim, $|AC| = 10$ birim ve $[AB] \perp [BC]$ ise $A(\widehat{ABC})$ nın kaç birimkare olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

6 — 8 — 10 dik üçgeni ile $|AB| = 6$ birim olur. O hâlde

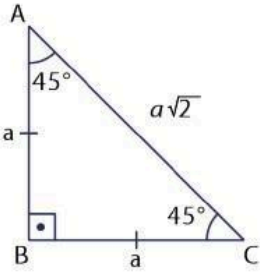
$A(\widehat{ABC}) = \frac{|AB| \cdot |BC|}{2} = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24$ birimkare olur.

ÖRNEK

Şekildeki $\widehat{ABC}$ için $|AB| = |BC|$ ve $m(\widehat{ABC}) = 90^\circ$ olarak veriliyor. $\widehat{ABC}$ nin alanını $|AC|$ türünden yazınız.

ÇÖZÜM

$\widehat{ABC}$ ikizkenar dik üçgendir. Buna göre



$$A(\widehat{ABC}) = \frac{|AB| \cdot |BC|}{2} = \frac{a \cdot a}{2} = \frac{a^2}{2} \text{ birimkare olur.}$$

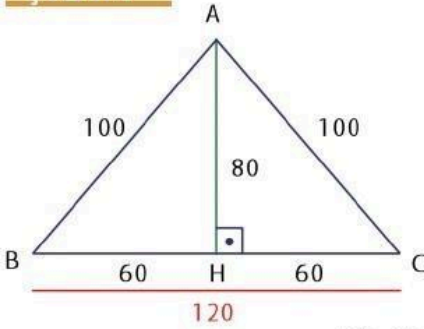
$$|AC| = a\sqrt{2} \Rightarrow |AC|^2 = 2a^2 \Rightarrow \frac{|AC|^2}{2} = a^2 \text{ olur.}$$

$$A(\widehat{ABC}) \text{ değerinde } a^2 \text{ yerine } \frac{|AC|^2}{2} \text{ yazılırsa}$$

$$A(\widehat{ABC}) = \frac{a^2}{2} = \frac{\frac{|AC|^2}{2}}{2} = \frac{|AC|^2}{4} = \left(\frac{|AC|}{2}\right)^2 \text{ olur.}$$

ÖRNEK

Üçgen şeklindeki bir tarlanın iki kenarı 100'er metre diğer kenarı ise 120 metredir. Bu tarlanın metrekare fiyatı 100 Türk lirası ise tarlanın değerinin kaç Türk lirası olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

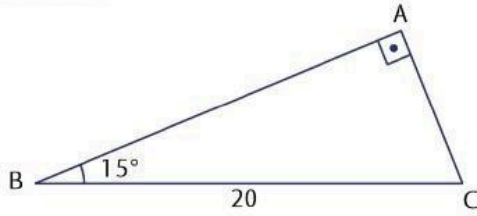
Tarla yandaki gibi modellenir.

Tarla ikizkenar üçgen şeklinde olduğundan tepe açısından karşı kenara dikme indirilir. Bu indirilen dikme, tarlanın 120 metrelik kenarını iki eşit uzunluğa ayırır.

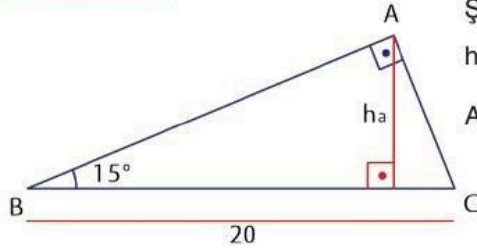
$\widehat{AHC}$, 3 - 4 - 5 dik üçgeninin kenar uzunluklarının 20 katı olan 60 - 80 - 100 üçgeni olduğundan $|AH| = 80$ m olur.

Bu durumda tarlanın alanı $\frac{120 \cdot 80}{2} = 4800 \text{ m}^2$ olur.

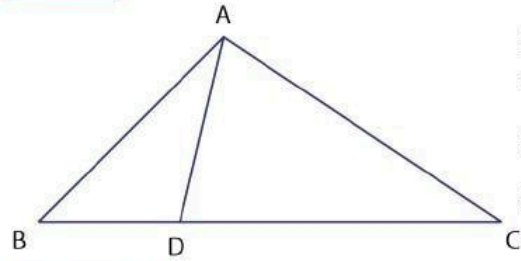
Tarlanın değeri ise $4800 \cdot 100$ Türk lirası = 480 000 Türk lirası olur.

ÖRNEK

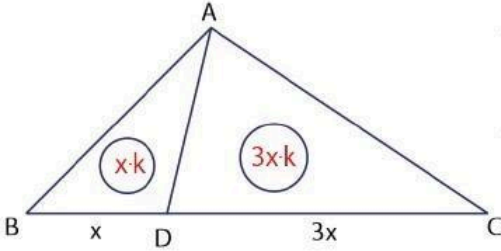
Şekildeki ABC dik üçgeninde $m(\widehat{ABC}) = 15^\circ$ ve $[BA] \perp [AC]$ tir. $|BC| = 20$ birim ise $A(\widehat{ABC})$ nın kaç birimkare olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

Şekilde $15^\circ - 75^\circ - 90^\circ$ dik üçgeninde $h_a = \frac{20}{4} = 5$ birim olur. Bu durumda $A(\widehat{ABC}) = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{20 \cdot 5}{2} = 50$ birimkare olur.

ÖRNEK

Şekildeki B, D ve C noktaları doğrusaldır. $\widehat{ABC}$ için $|DC| = 3 \cdot |BD|$ ise $\frac{A(\widehat{ABD})}{A(\widehat{ADC})}$ ve $\frac{A(\widehat{ABD})}{A(\widehat{ABC})}$ oranlarını bulunuz.

ÇÖZÜM

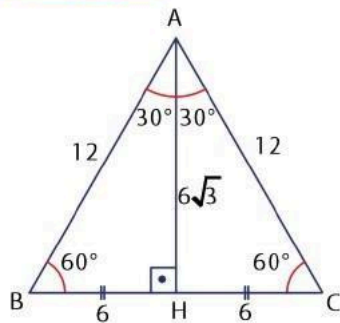
$|DC| = 3 \cdot |BD|$ ise $|BD| = x$ ve $|DC| = 3x$ yazılır.

$\widehat{ABD}$ ile $\widehat{ADC}$ nin yükseklikleri, aynı zamanda $\widehat{ABC}$ nin yükseklikleri olur.

Bu durumda $\frac{A(\widehat{ABD})}{A(\widehat{ADC})} = \frac{x \cdot k}{3x \cdot k} = \frac{1}{3}$ ve $\frac{A(\widehat{ABD})}{A(\widehat{ABC})} = \frac{x \cdot k}{4x \cdot k} = \frac{1}{4}$ olur.

ÖRNEK

Kenar uzunlukları 12 birim olan bir ABC eşkenar üçgeninin alanını bulunuz.

ÇÖZÜM

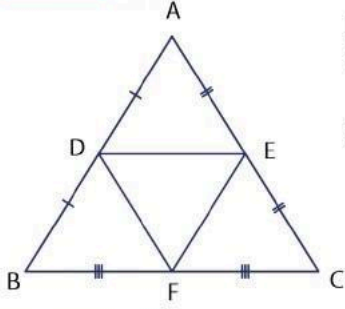
A köşesinden $[BC]$ üzerindeki H noktasına dikme indirilirse $|BH| = |HC| = 6$ birim ve

$m(\widehat{BAH}) = m(\widehat{CAH}) = 30^\circ$ olur.

$\widehat{ABH}$ için $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ üçgeni yardımıyla

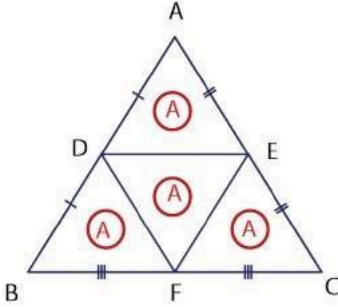
$|AH| = 6\sqrt{3}$ birim olur.

Bu durumda $A(\widehat{ABC}) = \frac{|AH| \cdot |BC|}{2} = \frac{6\sqrt{3} \cdot 12}{2} = 36\sqrt{3}$ birimkare olur.

ÖRNEK

D, E ve F noktaları $\widehat{ABC}$ 'nde bulundukları kenarların orta noktalarıdır.

$A(\widehat{DEF}) = 8$ birimkare ise $A(\widehat{ABC})$ 'nin kaç birimkare olduğunu bulunuz.

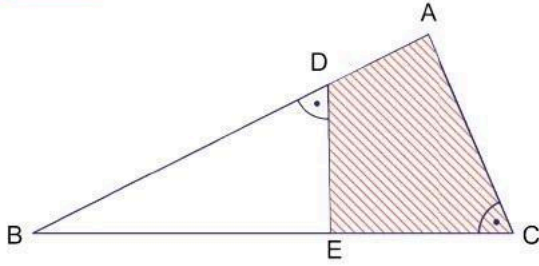
ÇÖZÜM

[DE], [DF] ve [EF] ayrı ayrı orta tabandır.

$A(\widehat{ADE}) = A$ denilsin. [DE] // [BC] olduğundan $\widehat{BDF}$, $\widehat{DEF}$ ve $\widehat{EFC}$ 'nin yükseklikleri eşittir. Yükseklikleri ve bu yüksekliklere ait taban uzunlukları eşit olan üçgenlerin alanları eşittir. Dolayısıyla

$A(\widehat{DEF}) = 8$ birimkare

ise $A(\widehat{ABC}) = 4 \cdot 8 = 32$ birimkare olur.

ÖRNEK

Şekilde A, D, B noktaları doğrusal, B, E, C noktaları doğrusal, $m(\widehat{ACB}) = m(\widehat{EDB})$,

$$\frac{|BE|}{|BA|} = \frac{2}{3} \text{ ve}$$

$A(\widehat{BDE}) = 24$ birimkare ise $A(\widehat{ADEC})$ 'nin kaç birimkare olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

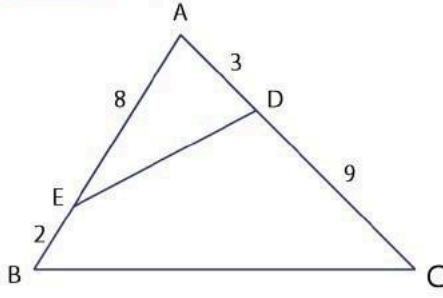
$m(\widehat{BDE}) = m(\widehat{ACB})$ ve $m(\widehat{DBE}) = m(\widehat{CBA})$ olduğundan A.A. benzerlik kuralından

$\widehat{BDE} \sim \widehat{BCA}$ olup $\frac{|BD|}{|BC|} = \frac{|DE|}{|CA|} = \frac{|BE|}{|BA|} = \frac{2}{3}$ olur.

Bu durumda benzerlik oranı $\frac{2}{3}$ olur.

$$\frac{A(\widehat{BDE})}{A(\widehat{BCA})} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \Rightarrow \frac{24}{A(\widehat{BCA})} = \frac{4}{9} \Rightarrow A(\widehat{BCA}) = 54 \text{ birimkare olur.}$$

O hâlde $A(\widehat{ADEC}) = A(\widehat{BCA}) - A(\widehat{BDE}) = 54 - 24 = 30$ birimkare olur.

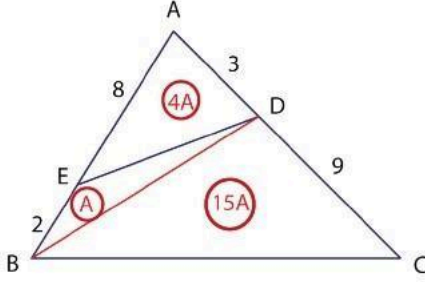
ÖRNEK

Şekildeki $\widehat{ABC}$ nde A, E ve B; A, D ve C noktaları doğrusaldır.

$|AE| = 8$ birim, $|EB| = 2$ birim,

$|AD| = 3$ birim, $|DC| = 9$ birim ise

$\frac{A(\widehat{AED})}{A(\widehat{ABC})}$ oranını bulunuz.

ÇÖZÜM

D ve B noktalarını birleştirilsin. $\widehat{AED}$ ve $\widehat{EDB}$ nin D köşesine göre yükseklikleri eşittir. Bu durumda alanları oranı, tabanları oranına eşit olduğundan

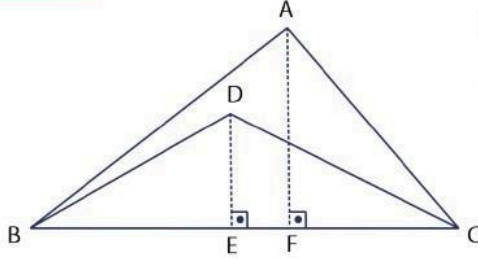
$$\frac{A(\widehat{AED})}{A(\widehat{EDB})} = \frac{8}{2} = 4 \text{ olur.}$$

$$A(\widehat{EDB}) = A \text{ ise } A(\widehat{AED}) = 4A \text{ olur.}$$

$\widehat{ABD}$ ile $\widehat{DBC}$ nin B köşesine göre yükseklikleri eşittir. Bu durumda alanları oranı, tabanları oranına eşit olduğundan

$$\frac{A(\widehat{ABD})}{A(\widehat{DBC})} = \frac{3}{9} \Rightarrow \frac{5A}{A(\widehat{DBC})} = \frac{1}{3} \Rightarrow A(\widehat{DBC}) = 15A \text{ olur.}$$

$$\text{O hâlde } \frac{A(\widehat{AED})}{A(\widehat{ABC})} = \frac{4A}{20A} = \frac{1}{5} \text{ olur.}$$

ÖRNEK

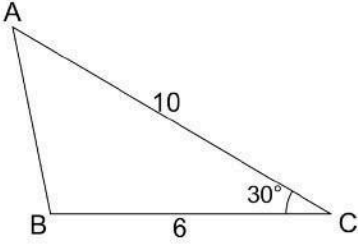
Şekilde $[AF] \perp [BC]$ ve $[DE] \perp [BC]$ dir.

$$\frac{A(\widehat{BDC})}{A(\widehat{BAC})} = \frac{2}{3} \text{ ise } \frac{|DE|}{|AF|} \text{ oranını bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$\widehat{BAC}$ ile $\widehat{BDC}$ nin ortak tabanları $[BC]$ olur. Bu durumda alanları oranı yükseklikleri

$$\text{oranına eşittir. } \frac{A(\widehat{BDC})}{A(\widehat{BAC})} = \frac{|DE|}{|AF|} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{|DE|}{|AF|} \text{ olur.}$$

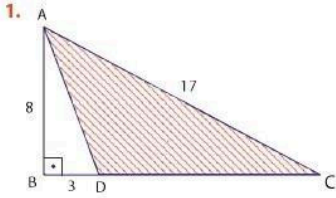
ÖRNEK

Yandaki ABC üçgeninde
 $|AC| = 10$ cm, $|BC| = 6$ cm ve
 $m(\widehat{ACB}) = 30^\circ$ olarak verilmiştir.

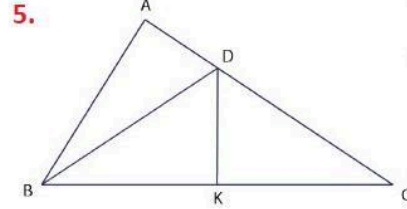
Buna göre ABC üçgeninin alanının kaç cm^2 olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

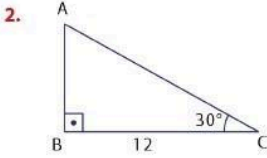
Verilen üçgenin iki kenar uzunluğu ve aralarında kalan iç açının ölçüsü bilindiğine göre $A(\widehat{ABC}) = \frac{1}{2} \cdot |AC| \cdot |BC| \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 6 \cdot \sin 30^\circ = 30 \cdot \frac{1}{2} = 15 \text{ cm}^2$ olarak bulunur.

BÖLÜM IV**Ölçme ve Değerlendirme**

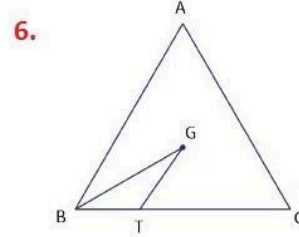
Yandaki $\widehat{ABC}$ nde B, D ve C noktaları doğrusal; $[AB] \perp [BC]$ tir.
 $|AB| = 8$ birim, $|BD| = 3$ birim ve $|AC| = 17$ birim olduğuna göre $A(\widehat{ADC})$ nın kaç birimkare olduğunu bulunuz.



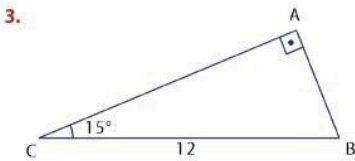
Yandaki $\widehat{ABC}$ nde A, D ve C; B, K ve C noktaları doğrusal;
 $|DC| = 2 \cdot |AD|$ ve $|BK| = |KC|$ tir.
 $A(\widehat{ABC}) = 24$ birimkare ise $A(\widehat{BKD})$ nın kaç birimkare olduğunu bulunuz.



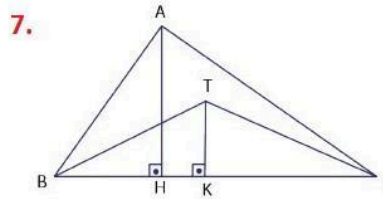
Yandaki $\widehat{ABC}$ nde $[AB] \perp [BC]$ ve $m(\widehat{ACB}) = 30^\circ$ dir. $|BC| = 12$ birim olduğuna göre $A(\widehat{ABC})$ nın kaç birimkare olduğunu bulunuz.



Yandaki şekilde G noktası ABC üçgeninin ağırlık merkezi; B, T ve C noktaları doğrusaldır. $|TC| = 3 \cdot |BT|$ ve $A(\widehat{BGT}) = 2 \text{ br}^2$ ise $A(\widehat{ABC})$ kaç birimkare olduğunu bulunuz.

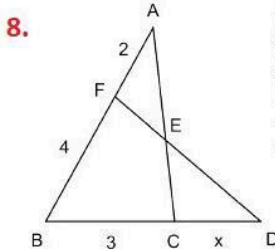


Yandaki $\widehat{ABC}$ nde $[AB] \perp [AC]$ ve $m(\widehat{ACB}) = 15^\circ$ dir. $|BC| = 12$ birim olduğuna göre $A(\widehat{ABC})$ nın kaç birimkare olduğunu bulunuz.



Yandaki $\widehat{ABC}$ nde $[AH] \perp [BC]$ ve $[TK] \perp [BC]$ dir.
 $3 \cdot |TK| = |AH|$ ve $A(\widehat{BTC}) = 5$ birimkare ise $A(\widehat{ABTC})$ nın kaç birimkare olduğunu bulunuz.

4. Herhangi bir kenarına ait yüksekliği $4\sqrt{3}$ birim olan eşkenar üçgenin alanını bulunuz.



Yandaki şekilde A, F ve B; B, C ve D; A, E ve C; F, E ve D noktaları doğrusal;
ABC ve FBD birer üçgendir.
 $|AF| = 2$ cm, $|FB| = 4$ cm, $|BC| = 3$ cm dir.
 $A(\widehat{ABC}) = A(\widehat{FBD})$ olduğuna göre $|CD| = x$ değerinin kaç cm olduğunu bulunuz

Dersin Diğer Derslerle İlişkisi

BÖLÜM IV

Planın Uygulanmasına İlişkin Açıklamalar

Konu öngörülen ders saatinde işlenmiş olup gerekli değerlendirmeler yapılarak amacına ulaşılmıştır.

.....
Matematik Öğretmeni

.../.../2024
UYGUNDUR
Okul Müdürü
.....