

DERET GRADIEN GEOMETRIK

Soal

A. Jika $g' > 0$

1. Sebuah bisnis perusahaan diperhitungkan akan mengalami peningkatan sebesar 10% per tahun dengan penerimaan awal pada tahun pertama sebesar 500 juta. Tentukan nilai sekarang dari penerimaan tersebut selama 10 tahun bila tingkat suku bunga sebesar 15%.

Jawab:

$$\begin{aligned} \text{Diketahui : } F_1 &= \text{Rp. } 500.000.000 \\ g &= 10\% (0,1) \\ n &= 10 \text{ tahun} \\ i &= 15\% (0,15) \end{aligned}$$

Ditanyakan : P ?

Penyelesaian :

$$\begin{aligned} g' &= \frac{1+i}{1+g} - 1 \\ &= \frac{1+0,15}{1+0,1} - 1 \\ &= \frac{1,15}{1,1} - 1 \\ &= 1,045 - 1 \\ &= 0,045 = 4,5\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (P/A, g', n) &= \frac{(1+g')^n - 1}{g'(1+g')^n} \\ &= \frac{(1+0,045)^{10} - 1}{0,045(1+0,045)^{10}} \\ &= \frac{0,553}{0,070} \\ &= 7,9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P &= F_1 \left[\frac{(P/A, g', n)}{(1+g)} \right] \\ &= 500.000.000 \left[\frac{7,9}{(1+0,1)} \right] \\ &= 500.000.000 \left[\frac{7,9}{1,1} \right] \\ &= 500.000.000(7,18) \\ &= \text{Rp. } 3.590.000.000 \end{aligned}$$

2. Naufal memperhitungkan bisnisnya mengalami peningkatan sebesar 5% per tahun dengan pendapatan awal pada tahun pertama sebesar 250 juta. Tentukan nilai sekarang dari pendapatan tersebut selama 5 tahun bila tingkat suku bunga sebesar 12%.

Jawab:

$$\begin{aligned} \text{Diketahui : } F_1 &= \text{Rp. } 250.000.000 \\ g &= 5\% (0,05) \\ n &= 5 \text{ tahun} \end{aligned}$$

$$i = 12\% (0,12)$$

Ditanyakan : P ?

Penyelesaian :

$$\begin{aligned} g' &= \frac{1+i}{1+g} - 1 \\ &= \frac{1+0,12}{1+0,05} - 1 \\ &= \frac{1,12}{1,05} - 1 \\ &= 1,067 - 1 \\ &= 0,067 = 6,7\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (P/A, g', n) &= \frac{(1+g')^n - 1}{g'(1+g')^n} \\ &= \frac{(1+0,067)^5 - 1}{0,067(1+0,067)^5} \\ &= \frac{0,383}{0,0927} \\ &= 4,13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P &= F_1 \left[\frac{(P/A, g', n)}{(1+g)} \right] \\ &= 250.000.000 \left[\frac{4,13}{(1+0,05)} \right] \\ &= 250.000.000 \left[\frac{4,13}{1,05} \right] \\ &= 250.000.000(3,93) \\ &= \text{Rp. } 982.500.000 \end{aligned}$$

B. Jika $g' = 0$

1. Sebuah bisnis perusahaan mengalami peningkatan sebesar 10% per tahun dengan pendapatan awal pada tahun pertama sebesar 500 juta. Tentukan nilai sekarang dari pendapatan tersebut selama 5 tahun bila tingkat suku bunga sebesar 10%.

Jawab:

$$\begin{aligned} \text{Diketahui : } F_1 &= \text{Rp. } 500.000.000 \\ g &= 10\% (0,1) \\ n &= 5 \text{ tahun} \\ i &= 10\% (0,1) \end{aligned}$$

Ditanyakan : P ?

Penyelesaian :

$$\begin{aligned} P &= F_1 \left(\frac{n}{(1+g)} \right) \\ &= 500.000.000 \left(\frac{5}{(1+0,1)} \right) \\ &= 500.000.000 \left(\frac{5}{1,1} \right) \\ &= 500.000.000(4,54) \\ &= \text{Rp } 2.270.000.000 \end{aligned}$$

2. Sebuah bisnis penjualan mobil meningkat sebesar 2% per tahun dengan pendapatan awal pada tahun pertama sebesar 550 juta. Berapakah nilai sekarang dari pendapatan tersebut selama 10 tahun bila tingkat suku bunga sebesar 2%.

Jawab:

$$\begin{aligned}\text{Diketahui : } F_1 &= \text{Rp. } 500.000.000 \\ g &= 6\% (0,06) \\ n &= 8 \text{ tahun} \\ i &= 6\% (0,06)\end{aligned}$$

Ditanyakan : P ?

Penyelesaian :

$$\begin{aligned}P &= F_1 \left(\frac{n}{(1+g)} \right) \\ &= 550.000.000 \left(\frac{10}{(1+0,02)} \right) \\ &= 550.000.000 \left(\frac{10}{1,02} \right) \\ &= 550.000.000(9,8) \\ &= \text{Rp } 5.406.500.000\end{aligned}$$

C. Jika $g' < 0$

1. Sebuah bisnis perusahaan diperhitungkan akan mengalami peningkatan sebesar 10% per tahun dengan penerimaan awal pada tahun pertama sebesar 500 juta. Tentukan nilai sekarang dari penerimaan tersebut selama 10 tahun bila tingkat suku bunga sebesar 7%.

Jawab:

$$\begin{aligned}\text{Diketahui : } F_1 &= \text{Rp. } 500.000.000 \\ g &= 10\% (0,1) \\ n &= 10 \text{ tahun} \\ i &= 7\% (0,07)\end{aligned}$$

Ditanyakan : P ?

Penyelesaian :

$$\begin{aligned}g' &= \frac{1+i}{1+g} - 1 \\ &= \frac{1+0,07}{1+0,1} - 1 \\ &= \frac{1,07}{1,1} - 1 \\ &= 0,972 - 1 \\ &= -0,028 = -2,8 \%\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(P/A, g', n) &= \frac{(1+g')^n - 1}{g'(1+g')^n} \\ &= \frac{(1-0,028)^{10} - 1}{-0,028(1-0,028)^{10}} \\ &= \frac{-0,247}{-0,021} \\ &= 11,76\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P &= F_1 \left[\frac{\left(\frac{P}{A}, g', n \right)}{(1+g)} \right] \\
&= 500.000.000 \left[\frac{11,76}{(1+0,1)} \right] \\
&= 500.000.000 \left[\frac{11,76}{1,1} \right] \\
&= 500.000.000(10,69) \\
&= \text{Rp. } 5.345.000.000
\end{aligned}$$

2. Anton memperhitungkan bisnisnya mengalami peningkatan sebesar 5% per tahun dengan pendapatan awal pada tahun pertama sebesar 250 juta. Tentukan nilai sekarang dari pendapatan tersebut selama 5 tahun bila tingkat suku bunga sebesar 3%.

Jawab:

$$\begin{aligned}
\text{Diketahui : } F_1 &= \text{Rp. } 250.000.000 \\
g &= 5\% (0,05) \\
n &= 5 \text{ tahun} \\
i &= 3\% (0,03)
\end{aligned}$$

Ditanyakan : P ?

Penyelesaian :

$$\begin{aligned}
g' &= \frac{1+i}{1+g} - 1 \\
&= \frac{1+0,03}{1+0,05} - 1 \\
&= \frac{1,03}{1,05} - 1 \\
&= 1,067 - 1 \\
&= -0,0190 = -1,9 \%
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(P/A, g', n) &= \frac{(1+g')^n - 1}{g'(1+g')^n} \\
&= \frac{(1-0,019)^5 - 1}{-0,019(1-0,019)^5} \\
&= \frac{-0,092}{-0,0173} \\
&= 5,32
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P &= F_1 \left[\frac{\left(\frac{P}{A}, g', n \right)}{(1+g)} \right] \\
&= 250.000.000 \left[\frac{5,32}{(1+0,05)} \right] \\
&= 250.000.000 \left[\frac{5,32}{1,05} \right] \\
&= 250.000.000(5,067) \\
&= \text{Rp. } 1.266.750.000
\end{aligned}$$

D. Jika $g < 0$

1. Sebuah bisnis perusahaan menghasilkan 342 juta pada awal tahun, jika diperkirakan terjadi penurunan penghasilan sebesar 10% per tahun. Berapakah nilai penghasilan sekarang untuk 8 tahun kedepan apabila tingkat suku bunga 12%

Jawab:

$$\begin{aligned}\text{Diketahui : } F_1 &= \text{Rp. 342.000.000} \\ g &= -10\% (-0,1) \\ n &= 8 \text{ tahun} \\ i &= 12\% (0,12)\end{aligned}$$

Ditanyakan : P ?

Penyelesaian :

$$\begin{aligned}g' &= \frac{1+i}{1+g} - 1 \\ &= \frac{1+0,12}{1-0,1} - 1 \\ &= \frac{1,12}{0,9} - 1 \\ &= 1,24 - 1 \\ &= 0,24 = 24\%\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(P/A, g', n) &= \frac{(1+g')^n - 1}{g'(1+g')^n} \\ &= \frac{(1+0,24)^8 - 1}{0,24(1+0,24)^8} \\ &= \frac{4,6}{1,34} \\ &= 3,43 \\ P &= F_1 \left[\frac{(P/A, g', n)}{(1+g)} \right] \\ &= 342.000.000 \left[\frac{3,43}{(1-0,1)} \right] \\ &= 342.000.000 \left[\frac{3,43}{0,9} \right] \\ &= 342.000.000(3,81) \\ &= \text{Rp. 1.303.020.000}\end{aligned}$$

2. Sebuah bisnis perusahaan dealer motor menghasilkan 264 juta pada awal tahun, jika diperkirakan terjadi penurunan penghasilan sebesar 5% per tahun. Berapakah nilai penghasilan sekarang untuk 5 tahun kedepan apabila tingkat suku bunga 10%
Jawab:

$$\begin{aligned}\text{Diketahui : } F_1 &= \text{Rp. 264.000.000} \\ g &= -5\% (-0,05) \\ n &= 5 \text{ tahun} \\ i &= 10\% (0,1)\end{aligned}$$

Ditanyakan : P ?

Penyelesaian :

$$\begin{aligned}g' &= \frac{1+i}{1+g} - 1 \\ &= \frac{1+0,1}{1-0,05} - 1 \\ &= \frac{1,1}{0,95} - 1\end{aligned}$$

$$= 1,157 - 1$$

$$= 0,157 = 15,7\%$$

$$\begin{aligned}
 (P/A, g', n) &= \frac{(1+g')^n - 1}{g'(1+g')^n} \\
 &= \frac{(1+0,157)^5 - 1}{0,157(1+0,157)^5} \\
 &= \frac{1,073}{0,33} \\
 &= 3,251 \\
 P &= F_1 \left[\frac{(\frac{P}{A}, g', n)}{(1+g')} \right] \\
 &= 264.000.000 \left[\frac{3,251}{(1-0,05)} \right] \\
 &= 264.000.000 \left[\frac{3,251}{0,95} \right] \\
 &= 264.000.000(3,42) \\
 &= \text{Rp. } 902.880.000
 \end{aligned}$$