

Utilisation des inducteurs en métallurgie

$$1 \quad U_1 = \sqrt{u_{1^2}(t)} \Rightarrow U_1 = \frac{2\sqrt{2}}{p} E, \quad U_3 = \frac{2\sqrt{2}}{3p} E \text{ et } U_{2p+1} = \frac{2\sqrt{2}}{(2p+1)p} E.$$

$$2 \quad Z = \sqrt{R^2 + (Lw - 1Cw)^2} \text{ donne } Z_1 = 0,123\Omega \text{ et } Z_3 = 1,21\Omega.$$

$$I_1 = \frac{U_1}{Z_1} \text{ donne } I_1 = 1464A \text{ et } I_3 = 49,6A. \quad Z_{2p+1} \text{ augmentant si } p \text{ croît,}$$

les amplitudes des composantes de $i(t)$ de rang supérieur à 1 seront négligeables. Le courant peut être supposé quasi-sinusoïdal.

3 Les sens fournis pour le courant dans le thyristor sont à inverser.

Quand $E > 0$, T1 et T4 sont passants. De plus, $i(t) = i_{T1} + i_{D1}$.

Les valeurs numériques donnent $j = -1,41 \text{ rad}$.

$$4 \quad i_{T1}(t) \geq \frac{1}{T} \cdot \int_{wt=-j}^{wt=p} I_o \cdot \sin(wt + j) \cdot dt = \frac{I_o}{2p} \cdot (1 + \cos(j))$$

$$i_{D1}(t) \geq \frac{1}{T} \cdot \int_{wt=0}^{wt=-j} I_o \cdot \sin(wt + j) \cdot dt = \frac{I_o}{2p} \cdot (-1 + \cos(j)). \text{ Pendant}$$

la deuxième alternance, ce sont K2 et K3 qui jouent un rôle identique.

$$i(t) \geq 2..$$

$$5 \quad p \geq \frac{1}{T} \int_0^T E \cdot i_E(t) \cdot dt = E \cdot \langle i_E(t) \rangle = \frac{2EI_o}{p} \cos(j).$$

6 B(t) induit un champ électromoteur. La puissance dissipée par la conduction chauffe le métal.

7 Le plan (u_r, u_z) est plan d'antisymétrie: le vecteur j lui est orthogonal.

8 Le rapport des densités de courant de conduction et de déplacement est

$$\frac{j_D}{j_c} = \frac{e_o w E}{g} = \frac{e_o w}{g} A.N: \frac{j_D}{j_c} = 1.110^{-14} j_D \text{ est donc négligeable.}$$

9 On a d'après 8 $\text{div}(\mathbf{j})=0$, donc $\text{div}(\mathbf{E})=0$ et donc $\rho=0$. $\text{rot}(\frac{j}{g}) = -\frac{\nabla B}{\nabla t}$

donne $Dj = m_o g \frac{\nabla j}{\nabla t}$ (erreur de signe dans $\text{rot}(\text{rot} \mathbf{j})$). Avec $j = j(r) \cdot u_q$,

$$\text{rot}(j) = \frac{1}{r} \frac{\nabla(rj)}{\nabla r} u_z = f(r) \cdot u_z. \text{ On obtient}$$

$$\frac{\nabla}{\nabla r} \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\nabla(rj_1)}{\nabla r} \right) = -j w m_o g \cdot j_1(r). \quad 10 \text{ Avec } r = u \cdot d, \text{ il vient}$$

$$\frac{d^2 j_1}{du^2} + \frac{1}{u} \cdot \frac{dj_1}{du} + j_1 \cdot \left[2j - \frac{1}{u^2} \right] = 0. \quad d = 7,11 \cdot 10^{-3} m.$$

$$11 \text{ On obtient avec } F(u) \frac{d^2 F(u)}{du^2} + F(u) \cdot \left[-\frac{3}{4u^2} + 2j \right] = 0. \text{ Soit avec}$$

$$\text{l'approximation proposée } \frac{d^2 F(u)}{du^2} + 2j \cdot F(u) = 0, \text{ d'équation}$$

caractéristique $s^2 + 2j = 0$. La parité impose

$$F(u) = a \cdot (\exp[(1-j) \cdot u] + \exp[-(1-j) \cdot u]) \text{ soit}$$

$$j_1(u, t) = \frac{a}{\sqrt{u}} \cdot (\exp(u) \cdot \exp(jwt - u) + \exp(-u) \cdot \exp(jwt + u)).$$

$$\text{La condition } u \gg 1 \text{ donne } j_1(u, t) = \frac{a}{\sqrt{u}} \cdot \exp(u) \cdot \exp(jwt - u) \cdot d$$

représente l'épaisseur du domaine dans lequel règne j notable (profondeur de pénétration, épaisseur de peau).

$$12 \quad p(t) \geq \frac{1}{T} \cdot \int_0^T j \cdot E \cdot dt = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \frac{j^2}{g} \cdot dt. \text{ La constante "a" étant inconnue, le}$$

calcul complet est impossible. Il faudrait par exemple connaître j à la périphérie du bain. E, donc j , est proportionnel à la fréquence du champ B.

$\langle p \rangle$ croît donc comme w^2 . Il faut travailler à fréquence élevée.

13 Dans la zone 1, on a $P_L = -S\lambda_L \cdot \left(\frac{dq}{dx}\right)_L$ et dans 3: $P_S = -S\lambda_S \cdot \left(\frac{dq}{dx}\right)_S$.

14 On a $P(x) = P(x + dx) + h \cdot 2p \cdot R_L \cdot dx \cdot q(x)$ soit

$$\frac{dP}{dx} = -h \cdot 2p \cdot R_L \cdot q(x)$$

15 Avec la loi de Fourier, dans chaque milieu: $\frac{d^2 q}{dx^2} = \frac{2h}{\lambda R_L} \cdot q(x) = \frac{q(x)}{a^2}$ et

$$\frac{d^2 P}{dx^2} = \frac{P(x)}{a^2}.$$

16 En prenant comme origine des x l'entrée du métal liquide en A:

$$q_1(x) = A \cdot \exp\left(\frac{x}{a}\right) + B \cdot \exp\left(-\frac{x}{a}\right) \text{ et}$$

$$P_1(x) = A' \cdot \exp\left(\frac{x}{a}\right) + B' \cdot \exp\left(-\frac{x}{a}\right).$$

On a $q_1(x = 0) = A + B = T_A - T_o = q_A$ et

$$q_1(x = H_L) = T_P - T_o = q_P \text{ ce qui donne } A = \frac{q_P - q_A \cdot \exp(-H_L/a)}{2 \sinh(H_L/a)} \text{ et donc}$$

$$q_1(x) = 2A \cdot \sinh\left(\frac{x}{a}\right) + q_A \cdot \exp\left(-\frac{x}{a}\right)$$

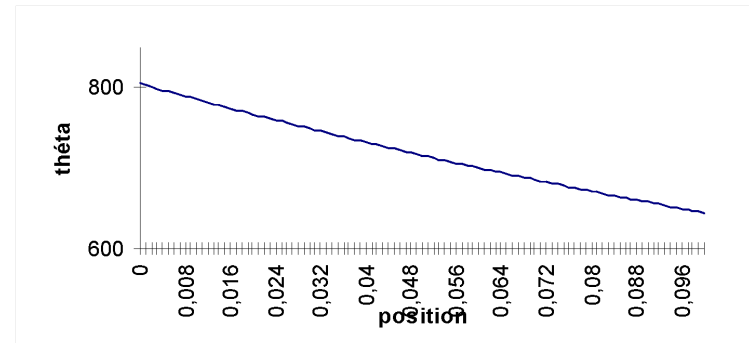
A.N. $A = 90,7K$ donc $q_1(x) = 90,7 \cdot \exp\left(\frac{x}{a}\right) + 714,3 \cdot \exp\left(-\frac{x}{a}\right) (K)$ et

$$P_1(x) = 3607 \cdot \exp\left(\frac{x}{a}\right) - 28406 \cdot \exp\left(-\frac{x}{a}\right) (W).$$

17 P_3 est de la forme $P_3(x) = C \cdot \exp\left(\frac{x}{a}\right) + D \cdot \exp\left(-\frac{x}{a}\right)$ où a est calculé

avec les données relatives au solide. Le bilan de puissance dans le domaine 2 implique que la puissance transmise au métal solide est celle transmise en $x=H_L$ par le métal liquide, plus celle récupérée par la solidification, moins celle perdue par convection. Soit donc, en prenant comme origine d'axe x pour P_3 le début de la zone 3:

$$P_1(x = H_L) + D_m \cdot L_F = P_3(x = 0) + h \cdot 2p R_L H_L \cdot q_p$$



Courbe Théta(x) de la question 16

$P_3(x)$ ne divergeant pas, C est nul et $P_3(x) = P_3(x = 0) \cdot \exp\left(-\frac{x}{a}\right)$.

Avec $D_m = \rho_p \cdot p \cdot R_L^2 \cdot V$, on obtient $P_3(x) = 26969 \cdot \exp\left(-\frac{x}{0,316}\right) (W)$.

18 En raisonnant sur la tranche de fluide à l'instant t entre x et x+dx: le premier principe donne $DH = Q_p$ et

$$\rho'c'SV \cdot dT = P_3(x) - P_3(x + dx) - 2pR_L dx \cdot h \cdot q(x). \text{ Soit, avec}$$

$$dT = dq$$

$$\frac{d^2 q}{dx^2} - \frac{\rho'c'V}{\lambda'} \frac{dq}{dx} - \frac{2h}{\lambda'R} q = 0, \text{ ou bien } a^2 \frac{d^2 q}{dx^2} - a' \frac{dq}{dx} - q = 0 \text{ en}$$

conservant la notation "a" pour la définition du **15** et notant a' celle proposée au **19**.

19 Seule est conservée l'exponentielle qui converge:

$$q(x) = q_P \cdot \exp\left(\frac{1}{2a^2} \cdot \left(a' - \sqrt{a'^2 + 4a^2}\right)\right)$$

$$\mathbf{20} \quad q(x) = q_P \cdot \exp\left(\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\rho'c'V}{\lambda'} + \sqrt{\left(\frac{\rho'c'V}{\lambda'}\right)^2 + \frac{8h}{\lambda'R}}\right)\right) \gg q_P \cdot \exp\left(-\frac{x}{a'}\right)$$

La condition est équivalente à $V \gg 1,16 \cdot 10^{-3} m \cdot s^{-1}$.

21 Comme à la question **18**, mais en considérant la totalité (un domaine grand devant a') de la partie solide: $P_{per} = \rho'c'SV \cdot q_p + P_3(x = 0)$ en prenant toujours $x=0$ au début du domaine solide.

$$\text{Ainsi } P_{per} = \rho'c'SV \cdot q_p + \lambda_S S \frac{q_p}{a} = S q_p \cdot \left(\frac{\lambda_S}{a} + \rho'c'V\right) \text{ AN:}$$

$$P_{per} = 24,9KW.$$