**Câu 1.** **[2D3-1.4-4]** **(THPT-Yên-Mô-A-Ninh-Bình-2018-2019-Thi-tháng-4)** Cho $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{(x+3)(x+1)^3}}\mathrm{d}x = \sqrt{a}-\sqrt{b}$ với $a$, $b$ là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $a^b+b^a$ bằng

**A.** $17$. **B.** $57$. **C.** $145$. **D.** $32$.

**Lời giải**

*Tác giả: Nguyễn Dung; Fb: Nguyễn Dung*

**Chọn A**

Tính: $I=\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{(x+3)(x+1)^3}}\mathrm{d}x=\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{\frac{x+3}{x+1}}}\frac{\mathrm{d}x}{(x+1)^2}$.

Đặt $t=\sqrt{\frac{x+3}{x+1}} \Rightarrow 2t\mathrm{d}t=\frac{-2}{(x+1)^2}\mathrm{d}x \Rightarrow \frac{\mathrm{d}x}{(x+1)^2}=-t\mathrm{d}t$.

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=\sqrt{3}$, $x=1\Rightarrow t=\sqrt{2}$.

Ta có: $I=\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{\frac{x+3}{x+1}}}\frac{\mathrm{d}x}{(x+1)^2}=\int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{2}}\frac{1}{t}(-t)\mathrm{d}t=\int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}}\mathrm{d}t=t\big|_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$.

Mà $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{(x+3)(x+1)^3}}\mathrm{d}x=\sqrt{a}-\sqrt{b}$ nên suy ra $a=3$, $b=2$.

Từ đó ta có giá trị $a^b+b^a=3^2+2^3=17$.