

Câu 1. [2D3-1.4-4] (THPT-Yên-Mô-A-Ninh-Bình-2018-2019-Thi-tháng-4)

Cho

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{(x+3)(x+1)^3}} dx = \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

bằng

A. 17 .

B. 57 .

C. 145 .

D. 32 .

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Dung; Fb: Nguyễn Dung

Chọn A

$$I = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{(x+3)(x+1)^3}} dx = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{\frac{x+3}{x+1}} (x+1)^2} dx$$

Tính:

$$\text{Đặt } t = \sqrt{\frac{x+3}{x+1}} \Rightarrow 2t dt = \frac{-2}{(x+1)^2} dx \Rightarrow \frac{dx}{(x+1)^2} = -t dt$$

$$\text{Đổi cận: } x=0 \Rightarrow t=\sqrt{3}, \quad x=1 \Rightarrow t=\sqrt{2}.$$

$$I = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{\frac{x+3}{x+1}} (x+1)^2} dx = \int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{2}} \frac{1}{t} (-t) dt = \int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{2}} -1 dt = -t \Big|_{\sqrt{3}}^{\sqrt{2}} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

Ta có:

$$\text{Mà } \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{(x+3)(x+1)^3}} dx = \sqrt{a} - \sqrt{b} \quad \text{nên suy ra } a=3, \quad b=2.$$

$$\text{Từ đó ta có giá trị } a^b + b^a = 3^2 + 2^3 = 17.$$