

Câu 1. [2D1-2.11-4] (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định Lần 1) (Chuyên Lê Hồng Phong Nam

Định Lần 1) Gọi m_0 là giá trị của tham số m để đường thẳng đi qua điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 6mx + 4$ cắt đường tròn tâm $I(1;0)$, bán kính bằng $\sqrt{2}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác IAB đạt giá trị lớn nhất. Mệnh đề nào sau đây đúng:

- A. $m_0 \in (2;3)$ B. $m_0 \in (3;4)$ **C. $m_0 \in (0;1)$** D. $m_0 \in (1;2)$

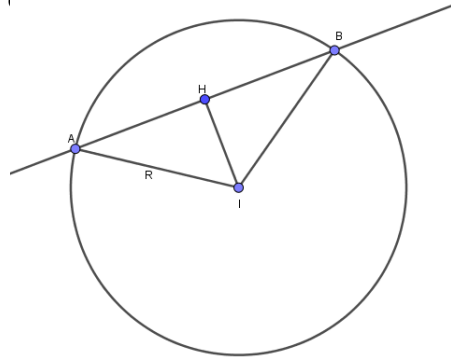
Lời giải

Tác giả: Hà Lê; Fb: Ha Le

Chọn C

Ta có $y' = 3x^2 - 6m$, $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 = 2m$. Đồ thị hàm số có điểm cực đại, điểm cực tiểu khi và chỉ khi $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Do đó $m > 0$.

Ta có $y = \frac{x}{3} \cdot (3x^2 - 6m) - 4mx + 4 \Rightarrow$ phương trình đường thẳng (Δ) đi qua điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là: $y = -4mx + 4 \Leftrightarrow 4mx + y - 4 = 0$.



Đường thẳng (Δ) cắt đường tròn đã cho tại hai điểm phân biệt A, B sao cho I, A, B là

ba đỉnh của một tam giác $\Leftrightarrow 0 < d(I;(\Delta)) < \sqrt{2} \Leftrightarrow 0 < \frac{|4m-4|}{\sqrt{16m^2+1}} < \sqrt{2}$ (*)

Gọi H là trung điểm đoạn $AB \Rightarrow S_{IAB} = \frac{1}{2} IH \cdot AB = IH \cdot AH = IH \cdot \sqrt{R^2 - IH^2} = IH \cdot \sqrt{2 - IH^2}$

$= \sqrt{IH^2 \cdot (2 - IH^2)} \leq \frac{IH^2 + (2 - IH^2)}{2} = 1 \Rightarrow S_{IAB} \leq 1$

Vậy diện tích tam giác IAB đạt giá trị lớn nhất bằng 1 $\Leftrightarrow IH^2 = 2 - IH^2 \Leftrightarrow IH = 1$

$\Leftrightarrow |4m-4| = \sqrt{16m^2+1} \Leftrightarrow (4m-4)^2 = 16m^2+1 \Leftrightarrow m = \frac{15}{32}$ (thỏa mãn điều kiện (*)).

Vậy $m_0 = \frac{15}{32}$ nên $m_0 \in (0;1)$.

