Алгебра логики. Основные логические операции. Построение таблиц истинности сложных высказываний»

ПЛАН

1. Формы мышления
2. Алгебра высказываний
   а) логическое умножение
   б) логическое сложение
   в) логическое отрицание
3. Логические выражения и таблицы истинности

1. **Логика –** это наука о формах и способах мышления. Законы логики отражают в создании человека свойства, связи и отношения объектов окружающего мира. Логика позволяет строить формальные модели окружающего мира, отвлекаясь от содержательной стороны.

Мышление всегда осуществляется в каких – то формах. Основными формами мышления являются***понятие, высказывание и умозаключение***.

Понятие – это форма мышления, фиксирующая основные, существенные признаки объекта.

Понятие имеет две стороны: **содержание и объем. Содержание понятия** составляет совокупность существенных признаков объекта. Чтобы раскрыть содержание понятия, следует найти признаки, необходимые и достаточные для выделения данного объекта из множества других объектов. **Объем понятия**определяется совокупностью предметов, на которую оно распространяется.

Высказывание – это форма мышления, в которой что – либо утверждается или отрицается о свойствах реальных предметов и отношениях между ними высказывание может быть либо **истинно,** либо**ложно.**

Умозаключение – это форма мышления, с помощью которой из одного или нескольких суждений (посылок0 может быть получено новое суждение (заключение).

Посылками умозаключения по правилам формальной логики могут быть только истинные суждения. Тогда, если умозаключение приводится в соответствии с правилами формальной логики. То оно будет истинным. В противном случае можно прийти к ложному умозаключению.

2. Алгебра высказываний была разработана для того, чтобы можно было определять истинность или ложность составных высказываний, не вникая в их содержание.

В алгебре высказываний высказывания обозначаются именами логических переменных, которые могут принимать лишь два значения: истина (1) и ложь (0).

В алгебре высказываний суждениям (простым высказываниям) ставятся в соответствие *логические переменные*, обозначаемые прописными буквами латинского алфавита.

Например: A = 2 * 2 = 4 (истинно) A = 1
B = 2 * 2 = 5 (ложно) B = 0

В алгебре над высказываниями можно производить определенные логические операции, в результате которых получаются новые, составные высказывания.

Для образования новых высказываний наиболее часто используются базовые логические операции, выражаемые с помощью логических связок «и», «или», «не».

а) Объединение двух (или нескольких) высказываний в одно с помощью союза «и» называется **операцией логического умножения или конъюнкцией.**

Составное высказывание, образованное в результате операции логического умножения (конъюнкции), истинно тогда и только тогда, когда истинны все входящие в него простые высказывания.

В алгебре логики операцию логического умножения (конъюнкцию) принято обозначать значком **&** либо**^**. Образуя составное высказывание **F**, которое получится в результате конъюнкции двух простых высказываний **F = A & B.**

С точки зрения алгебры высказываний мы записали формулу функции логического умножения, аргументами которой являются логические переменные A и B, которые могут принимать значения истина (1) и ложь (0).

Сама функция логического умножения F также могут принимать лишь два значения Истина (1) и ложь (0). Значение логической функции можно определить с помощью **таблицы истинности** данной функции, которая показывает, какие значения принимает логическая функция при всех возможных наборах ее аргументов.

Таблица истинности функции логического умножения

A	B	F = A & B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Например: составное высказывание «2 * 2 = 4 и 3 * 3 = 10». Первое простое высказывание истинно A = 1, а второе ложно B = 0, по таблице определяем, что логическая функция принимает значение ложь F = 0, то есть данное составное высказывание ложно.

б) Объединение двух (или нескольких) высказываний с помощью союза «или» называется **операцией логического сложения или дизъюнкцией.**

Составное высказывание, образованное в результате логического сложения (дизъюнкции), истинно тогда, когда истинно хотя бы одно из входящих в него простых высказываний.

Операцию логического сложения (дизъюнкцию) принято обозначать либо значком **?,** либо знаком сложения +. Образуем составное высказывание F, которое получится в результате дизъюнкции двух простых высказываний: **F = A ? B.** Значение логической функции можно определить с помощью **таблицы истинности**

Таблица истинности функции логического сложения

A	B	F = A ? B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Например: составное высказывание «2 * 2 = 4 и 3 * 3 = 10». Первое простое высказывание истинно A = 1, а второе ложно B = 0, по таблице определяем, что логическая функция принимает значение ложь F = 1, то есть данное составное высказывание истинно.

в) Присоединение частицы «не» к высказыванию называется **операцией логического отрицания или инверсией.**

Логическое отрицание (инверсия) делает истинное высказывание ложным и, наоборот, ложное – истинным.

Путь A = 2 * 2 = 4 – истинное высказывание, тогда высказывание F = 2 * 2 = 4, образованное с помощью операции логического отрицания – ложно.

Операцию логического отрицания (инверсию) над логическим высказыванием A в алгебре логики принято обозначать **A.** Образуя высказывание F, являющееся логическим отрицанием A: **F = A.** Истинность такого высказывания задается таблицей истинности функции логического отрицания

A	F = A
0	1
1	0

Например, высказывание 2 * 2 = 4 ложно (A = 0) , а полученное из него в результате логического отрицания высказывание 2 * 2 = 4 истинно (F = 1).

3. Логические выражения. Каждое составное высказывание можно выразить в виде формулы (логического выражения), в которую входят **логические переменные**, обозначающие высказывания, и **знаки логических операций**, обозначающие логические функции.

Для записи составного высказывания в виде логического выражения на языке алгебры логики в составном высказывании нужно выделить простые высказывания и логические связи между ними.

Запишем в форме логического выражения составное высказывание (2 *2 = 5 или 2 * 2 = 4) и (2 * 2 ? 5 или 2 * 2 ? 4). Составное высказывание содержит два простых высказывания:

A = 2 * 2 = 5 – ложно (0) B = 2 * 2 = 4 – истинно (1)

Тогда составное высказывание можно записать в следующей форме: (А или В) и (А или В).

Теперь необходимо записать высказывание в форме логического выражения с учетом последовательности выполнения логических операций. При выполнении логических операция определен следующий порядке их выполнения: инверсия, конъюнкция, дизъюнкция. Для изменения указанного порядка могут использоваться скобки: F = (A ? B) & (A ? B).

Истинность или ложность составных высказываний можно определять чисто формально, руководствуясь законами алгебры высказываний, не обращаясь к смысловому содержанию высказываний.

Подставим в логическое выражение значения логических переменных и, используя таблицы истинности базовых логических операций, получим значения логической функции:

F = (A ? B) & (A ? B) = (0 ? 1) & (1 ? 0) = 1 & 1 = 1

Таблицы истинности. При построении таблиц истинности необходимо:

1. Определить количество строк в таблице истинности. Оно равно количеству возможных комбинаций значений логических переменных, входящих в логическое выражение. Если количество логическихпеременных равно n, то: количество строк = 2^n. В нашем случае логическая функция F = (A ? B) & (A ? B) имеет 2 переменные и, следовательно, количество строк в таблице истинности должно быть равно 4.

2. Определить количество столбцов в таблице истинности, которое равно количеству логических переменных плюс количество логических операций (количество переменных равно двум, а количество логических операций – пяти, то есть количество столбцов таблицы истинности равно семи).

3. Построить таблицу истинности с указанным количеством строк и столбцов, обозначить столбцы и внести в таблицу возможные наборы значений исходных логических переменных.

4. Заполнить таблицу истинности по столбцам, выполняя базовые логические операции в необходимой последовательности и в соответствии с их таблицами истинности.

Таблица истинности логической функции F = (A ? B) & (A ? B)

A	B	A ? B	**A**	**B**	**A ? B**	(A ? B) & (A ? B)
0	0	0	1	1	1	0
0	1	1	1	0	1	1
1	0	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0	0

Равносильные логические выражения. Логические выражения, у которых последние столбцы таблиц истинности совпадают, называются равносильными. Для обозначения равносильных логических выражении используется знак =.

Докажем. Что логические выражения (A & B) & (A ? B) равносильны. Поострим сначала таблицу истинности логического выражения A & B

Таблица истинности логического выражения A & B

A	B	**A**	**B**	**A & B**
0	0	1	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	0
1	1	0	0	0

Теперь построим таблицу истинности логического выражения A ? B

Таблица истинности логического выражения A ? B

A	B	A ? B	**A ? B**
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	0

Значения в последних столбцах таблиц истинности совпадают, следовательно, логические выражения равносильны:

A & B = A ? B