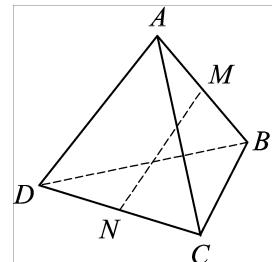


國立高師大附中106學年第二學期高二數學第一次段考(自然組)

一、多選題（共30分。每題全對得5分，只錯一個選項得3分，錯兩個選項得1分，不作答與其他不給分）

1. 細定空間中兩點 $A(-3,8,6)$, $B(2,8,-4)$ 。下列何者正確？(A)若 P 為空間中異於 A 、 B 的點，且點 P 能使 ΔPAB 成一正三角形，則所有點 P 所成集合為二個點。(B)若 P 為 \overline{AB} 上一點，且 $\overline{AP} : \overline{PB} = 2:3$ ，則所有點 P 所成集合為二個點。(C)若 P 為空間中異於 A 、 B 的點，且 $\overline{AP} = \overline{BP}$ ，則所有點 P 所成集合為一直線。(D)點 A 與點 B 分別到 y 軸的距離相等。(E)點 A 到 yz 平面的距離為3。
2. 下列關於空間中的敘述，何者正確？(A)設直線 L 交平面 E 於點 A ，若在 E 上有相異二條通過點 A 的直線 M 及 N ，且 $M \perp L$, $N \perp L$ ，則 $L \perp E$ 。(B)過已知直線外一點，恰有一平面與此直線垂直。(C)若直線 L_1 與 L_2 分別落在平面 E_1 與 E_2 上，且 $L_1 \perp L_2$ ，則 $E_1 \perp E_2$ 。(D)兩相異直線可決定唯一平面。(E)任意兩歪斜線在同一個平面的投影只可能是兩平行直線或兩相交直線。
3. 有一正四面體 $A-BCD$ ，如右圖， M, N 分別為 \overline{AB} 與 \overline{CD} 的中點，若 $\overline{MN} = \sqrt{2}$ ，下列何者正確？(A) \overline{AB} 與 \overline{CD} 為歪斜線。(B) $\overline{MN} \perp \overline{AB}$ ，且 $\overline{MN} \perp \overline{CD}$ 。(C) $60^\circ < \angle ANB < 90^\circ$ 。(D)正四面體的表面積 $= 4\sqrt{3}$ 。(E)正四面體的體積 $= \frac{2\sqrt{2}}{3}$ 。
4. 下列關於空間中的敘述，何者正確？(A)若 ΔABC 中， $\overline{AB} = 5$, $\overline{AC} = 6$ ，且 \overline{AB} 在 \overline{AC} 上的正射影為 $(2,1,-2)$ ，則 ΔABC 的面積為15。(B)若平行四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} \cdot \overline{AD} = |\overline{AB} \times \overline{AD}|$ ，則 \overline{AB} 與 \overline{AD} 的夾角為 45° 。(C)若 $|u| = 3$, $v \neq 0$ ，且 $|u \cdot v| = 2|v|$ ，則 $u \times v \neq 0$ 。(D)若 $|u| = 3$, $v \neq 0$ ，且 $|u \times v| = 3|v|$ ，則 $u \cdot v \neq 0$ 。(E)若 $|u| = 3$, $|v| = 2$ ，則 $|u \cdot v|^2 + |u \times v|^2 = 36$ 。
5. 空間中，點 $P(2,2,1)$ 是平面 E 上距離原點 $O(0,0,0)$ 最近的點。下列何者正確？(A)平面 E 的法向量 $n = (1, -1, 0)$ 。(B)點 P 也是平面 E 上距離點 $(4,4,2)$ 最近的點。(C)點 $(0,0,9)$ 在平面 E 上。(D)點 $(2,2,-8)$ 到平面 E 的距離為9。(E)通過原點和點 $(2,2,-8)$ 的直線與平面 E 會



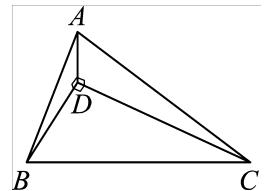
相交。

6. 空間中兩點 $A(4,3,2)$, $B(-1,-2,-7)$ 及平面 $E: x - 2y + z = 3$, 下列何者正確? (A) A, B 兩點在平面 E 的異側。 (B) 點 A 在平面 E 上的投影點坐標為 $(5,1,3)$ 。 (C) 若點 P 在平面 E 上, 則 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 的最小值為 $\sqrt{145}$ 。 (D) 承(C), 此時 $\overline{PA} : \overline{PB} = 3 : 7$ 。 (E) 承(C), 此時點 P 的坐標為 $(\frac{16}{5}, \frac{1}{10}, \frac{21}{5})$ 。

二、填充題(共70分。每格答案須全對才給分)

| 答對格數 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
|------|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 得 分 | 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 42 | 47 | 52 | 57 | 62 | 65 | 68 | 70 |

1. 設一個四面體 $A-BCD$, 如右圖, $\overline{AD}=1$, $\overline{BD}=2$, $\overline{CD}=2\sqrt{3}$, 且 $\overline{AD}, \overline{BD}, \overline{CD}$ 兩兩互相垂直於 D 點, 則點 A 到 \overline{BC} 的最短距離為 ____。



2. $a \in R$, 空間中相異四點 $A(2a+1, -1, 3), B(1, -1, 3), C(2, 1, -4), D(12, 0, a-5)$ 共平面, 則 a 的值為 ____。

3. 空間中三向量 a, b, c 所張的平行六面體體積為8, 由 $2a-3b, 3b+4c, c-5a$ 所張的平行六面體體積為 ____。

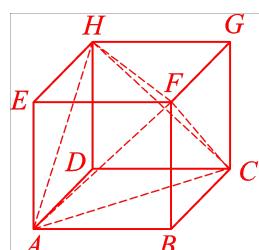
4. 空間中, P, Q 為平面 $2x+y+2z=1$ 上的兩點, 且 $\overline{PQ}=8$ 。另取空間中兩點 P', Q' , 使得

$$\overline{PP'} = \overline{QQ'} = (1, 2, -2), \text{ 當平行四邊形 } PQQ'P' \text{ 面積最大時, 則 } \overline{PQ} = \text{____} \text{。(二解)}$$

5. 設 $x, y, z \in R$, 且 $(x-2)^2 + y^2 + 4z^2 = 9$, 若當 $x=a, y=b, z=c$ 時, $2x-y+4z$ 有最小值 $= m$, 則 $a+b+c+m = \text{____}$ 。

6. 空間中三個向量 $u=(1, 2, 3), v=(1, 0, -1), \omega=(x, y, z)$, 若 $\omega \perp u, \omega \perp v$, 且 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \\ x & y & z \end{vmatrix} = -12$, 則 $\omega = \text{____}$ 。

7. 右圖 $ABCD-EFGH$ 是一個邊長為1的正六面體, 求點 F 到 ΔACH 所在平面的垂直線段長為 ____。



8. 設平面 E 通過 $A(0,1,0), B(0,0,1)$ 二點, 且與 yz 平面的銳夾角為 45° , 求平面 E 的方程式

為____。(二解)

9. 求平面 $E_1: x+2y-2z=5$ 及 $E_2: x-2y+2z=2$ 所成二面角的角平分面方程式為____。(二解)

10. 設 $A(1,1,1)$, $B(2,3,-1)$, $C(3,2,3)$ 為空間中三點, $\overline{AP} = \alpha \overline{AB} + \beta \overline{AC}$, 若 $-1 \leq \alpha \leq 2$,

$0 \leq \beta \leq 2$, 則點 P 所形成的區域面積為____。

11. 設三向量 $a=(1,2,-2), b=(2,k,t), c=(p,q,r)$ 可張出一個正立方體, 且 $k > 0, r > 0$, 則

$k+t+p+q+r = ____$ 。

12. 空間中, 一平面 E 過點 $P(2,3,1)$, 且分別交 x 軸、 y 軸、 z 軸之正向於 A, B, C 三點, O 為原點。若 $k = 2\overline{OA} + 3\overline{OB} + 4\overline{OC}$, 則當 k 有最小值時, 平面 E 的方程式為____。

13. $a=(2,-2,1), b=(4,0,-3)$, 若 $c=(x,y,-\frac{4}{5})$ 平分 a, b 的夾角, 則數對 $(x,y) = ____$ 。

國立高師大附中106學年第二學期高二數學第一次段考(自然組)
答案卷

高二____班 座號:____ 姓名:_____

一、多選題 (共30分。每題全對得5分, 只錯一個選項得3分, 錯兩個選項得1分, 不作答與其他不給分)

| | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|
| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. |
|----|----|----|----|----|----|

二、填充題 (共70分。每格答案須全對才給分)

| | | | | | | | | | | | | | |
|------|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 答對格數 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 得 分 | 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 42 | 47 | 52 | 57 | 62 | 65 | 68 | 70 |

| | | | |
|-----|-----|-----|-----|
| 1. | 2. | 3. | 4. |
| 5. | 6. | 7. | 8. |
| 9. | 10. | 11. | 12. |
| 13. | | | |

| | |
|--|--|
| | |
|--|--|

國立高師大附中106學年第二學期高二數學第一次段考(自然組)
答案卷

高二__班 座號:__ 姓名:

一、多選題 (共30分。每題全對得5分, 只錯一個選項得3分, 錯兩個選項得1分, 不作答與其他不給分)

| | | | | | |
|----------|----------|-------------|-----------|----------|----------|
| 1. BE | 2. AB | 3. ABCDE | 4. BCE | 5. BC | 6. CD |
|----------|----------|-------------|-----------|----------|----------|

二、填充題(共70分。每格答案須全對才給分)

| | | | | | | | | | | | | | |
|------|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 答對格數 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 得 分 | 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 42 | 47 | 52 | 57 | 62 | 65 | 68 | 70 |

| | | | |
|-----------------------------------|---------------------|-----------------------------|---|
| 1. 2 | 2. $\frac{9}{2}$ | 3. 528 | 4. $\pm\left(\frac{16}{3}, -\frac{16}{3}, -\frac{8}{3}\right)$ |
| 5. -5 | 6. (1, -2, 1) | 7. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ | 8. $\pm\sqrt{2}x + y + z = 1$ |
| 9. $4y - 4z = 3$ 及 $2x = 7$ | 10. 54 | 11. 4 | 12. $x + 2y + z = 7$ |
| 13. $(\frac{22}{5}, -2)$ | | | |