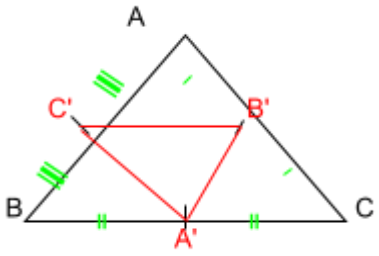
ABC مثلث ، C ، B' ، A' منتصفات أضلاعه $[AB]$ ، $[AC]$ ، $[BC]$ على الترتيب.

1) بين أن المثلثين ABC و $A'B'C$ متشابهان ، وعين نسبة التشابه.

2) أحسب النسبة $\frac{\text{مساحة}(ABC)}{\text{مساحة}(A'B'C')}$.

الحل :

1) تبيان أن المثلثين ABC و $A'B'C$ متشابهان ، وتعيين نسبة التشابه.



لدينا : C ، B' ، A' منتصفات أضلاعه $[AB]$ ، $[AC]$ ، $[BC]$ على الترتيب.

إذن حسب نتيجة مبرهنة طاليس فإن : $(A'B') // (AB)$ و $A'B' = AC' = BC$

ومنه : الربعان $AB'A'C$ و $BA'B'C$ متوازيا أضلاع

إذن كل زاويتان متقابلتان هما متقايستان أي : $\widehat{AB'} = \widehat{A'B'}$

و $\widehat{BA'} = \widehat{B'A'}$ ومنه : $\widehat{AB} = \widehat{A'B'}$ و $\widehat{BA} = \widehat{B'A'}$

إذن المثلثان ABC و $A'B'C$ متشابهان.

النقط المتماثلة : A ، B ، C

A' ، B' ، C

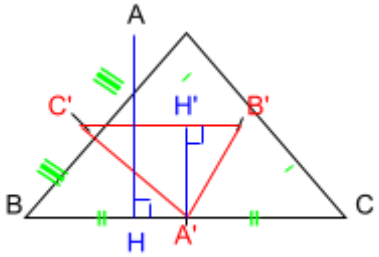
$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = 2$$

ومنه نسبة التشابه (التكبير) هي 2 .

2) حساب النسبة $\frac{\text{مساحة}(ABC)}{\text{مساحة}(A'B'C')}$.

H هي المسقط العمودي للنقطة A على (BC)

و H' هي المسقط العمودي للنقطة A' على $(B'C')$.



المثلثان القائمان AHB و $A'H'B'$ متشابهان لأن لهما زاويتان قائمتان

و $\widehat{BA} = \widehat{B'A'}$ أي : $\widehat{HBA} = \widehat{H'B'A'}$

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AH}{A'H'} = \frac{BH}{B'H'} = 2$$

ومنه : $AH = 2\,A'H'$.

مساحة (ABC) مساحة $= 2 \times (A'B'C') = 4 \times (A'H' \times B'C') = 4(2A'H')(2B'C') = 2\,(AH \times BC)$

إذن : $\frac{\text{مساحة}(ABC)}{\text{مساحة}(A'B'C')} = 4$.