UNIVERSIDAD NACIONAL DEL LITORAL
FACULTAD DE INGENIERÍA Y CIENCIAS HÍDRICAS

RECUPERATORIO DEL PRIMER PARCIAL - ÁLGEBRA LINEAL - 23/11/2022

APELLIDO Y NOMBRE: …….…….. DNI:……. CARRERA:……

EJERCICIO 1: Considera los tres subconjuntos E, F, G de P_3 :

$$E = \{p(x): p(0) = 0\}, \quad F(x) = \{ax^3 + bx^2 + ax + b: a, b \in R\}$$

$$G = \{ax^3 + x^2 + ax + 1: a \in R\}$$

a) Determinar si cada uno de ellos es un subespacio vectorial de P_3.
   En los casos afirmativos calcula su dimensión y una base.
b) ¿Es $E \cap F$ un subespacio? Justificar.
c) Exhibir, si es posible, un elemento no nulo de $E \cap F$.

EJERCICIO 2:

a) Sea $B = \{-x^2 + 1,\ 2x^2 - 3x + 7, x^2 - 2x + 4\}$ y $[p(x)]_B = [3\ 1\ 1\ ]$.

i. Calcular $p(x)$.
ii. El ítem anterior, ¿asegura que B es una base de P_3? Justificar.
iii. ¿Es B una base de P_2? Justificar.

b) Sea $H = \{q(x) = ax^2 + bx + c \in P_2 \ / \ \frac{7}{5}b + \frac{1}{2}c = 0\}$.

i. Encontrar una base de H (llámala B_1) y su dimensión.

ii. ¿El polinomio p(x) del ítem a) pertenece a H? Si no, explicar por qué. Si sí, hallar $[p(x)]_{B_1}$

EJERCICIO 3: Hallar la ecuación $ax + by + cz = d$ del plano π que verifica simultáneamente las siguientes condiciones:

a) Contiene a los puntos $(0, 2, -2), (1, 5, -5), (-2, 2, 0)$.
a) $a + b + c + d = 6$.

EJERCICIO 4: Sea $S_3 = \{A \in M_{3\times3}: A^t = A\}$

a) Demostrar que S_3 es un espacio vectorial de M_{3x3}

b) Exhibir un conjunto generador G para S_3. ¿Es G una base? Justificar.

c) ¿Existe alguna matriz A en S_3 tal que $A^t = -A$? En caso afirmativo, mostrar un ejemplo. En caso negativo explicar por qué tal matriz no existe.

EJERCICIO 5:

a) Determinar el valor de k para que la nulidad de la matriz $M = [1\ 2\ -3\ -2\ 0\ 4\ 0\ -2\ k\ -4\ -2\ 6\ ]$ sea igual a 1.
b) Con el valor obtenido en el ítem anterior, se puede asegurar que el espacio nulo es un subespacio R^3 de dimensión 1? ¿Por qué?
c) Con el valor obtenido en el ítem a), determinar el espacio columna de M.
d) ¿El vector $(9\ -2\ 6\ -10\ )$ pertenece a C_M? Justificar.