

RECUPERATORIO DEL PRIMER PARCIAL - ÁLGEBRA LINEAL - 23/11/2022

APELLIDO Y NOMBRE: DNI:..... CARRERA:.....

EJERCICIO 1: Considera los tres subconjuntos E, F, G de P_3 :

$$E = \{p(x): p(0) = 0\}, \quad F(x) = \{ax^3 + bx^2 + ax + b: a, b \in \mathbb{R}\}$$

$$G = \{ax^3 + x^2 + ax + 1: a \in \mathbb{R}\}$$

- a) Determinar si cada uno de ellos es un subespacio vectorial de P_3 .

En los casos afirmativos calcula su dimensión y una base.

- b) ¿Es $E \cap F$ un subespacio? Justificar.
c) Exhibir, si es posible, un elemento no nulo de $E \cap F$.

EJERCICIO 2:

- a) Sea $B = \{-x^2 + 1, 2x^2 - 3x + 7, x^2 - 2x + 4\}$ y $[p(x)]_B = [3 \ 1 \ 1]$.

- i. Calcular $p(x)$.
ii. El ítem anterior, ¿asegura que B es una base de P_3 ? Justificar.
iii. ¿Es B una base de P_2 ? Justificar.

- b) Sea $H = \{q(x) = ax^2 + bx + c \in P_2 / \frac{7}{5}b + \frac{1}{2}c = 0\}$.

- i. Encontrar una base de H (llámala B_1) y su dimensión.
ii. ¿El polinomio $p(x)$ del ítem a) pertenece a H ? Si no, explicar por qué. Si sí, hallar $[p(x)]_{B_1}$.

EJERCICIO 3: Hallar la ecuación $ax + by + cz = d$ del plano π que verifica simultáneamente las siguientes condiciones:

- a) Contiene a los puntos $(0, 2, -2), (1, 5, -5), (-2, 2, 0)$.
a) $a + b + c + d = 6$.

EJERCICIO 4: Sea $S_3 = \{A \in M_{3 \times 3}: A^t = A\}$

- a) Demostrar que S_3 es un espacio vectorial de $M_{3 \times 3}$
b) Exhibir un conjunto generador G para S_3 . ¿Es G una base? Justificar.
c) ¿Existe alguna matriz A en S_3 tal que $A^t = -A$? En caso afirmativo, mostrar un ejemplo. En caso negativo explicar por qué tal matriz no existe.

EJERCICIO 5:

- a) Determinar el valor de k para que la nulidad de la matriz $M = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & -2 & 0 & 4 & 0 & -2 & k & -4 & -2 & 6 \end{bmatrix}$ sea igual a 1.
b) Con el valor obtenido en el ítem anterior, se puede asegurar que el espacio nulo es un subespacio R^3 de dimensión 1? ¿Por qué?
c) Con el valor obtenido en el ítem a), determinar el espacio columna de M .
d) ¿El vector $(9 \ -2 \ 6 \ -10)$ pertenece a C_M ? Justificar.