

RECUPERATORIO DEL PRIMER PARCIAL - ÁLGEBRA LINEAL - 23/11/2022

APELLIDO Y NOMBRE: DNI: CARRERA:

EJERCICIO 1: Considera los tres subconjuntos E, F, G de P_3 :

$$E = \{p(x) : p(0) = 0\}, \quad F(x) = \{ax^3 + bx^2 + ax + b : a, b \in \mathbb{R}\}$$

$$G = \{ax^3 + x^2 + ax + 1 : a \in \mathbb{R}\}$$

- a) Determinar si cada uno de ellos es un subespacio vectorial de P_3 .
 En los casos afirmativos calcula su dimensión y una base.
 b) ¿Es $E \cap F$ un subespacio? Justificar.
 c) Exhibir, si es posible, un elemento no nulo de $E \cap F$.

EJERCICIO 2:

- a) Sea $B = \{-x^2 + 1, 2x^2 - 3x + 7, x^2 - 2x + 4\}$ y $[p(x)]_B = [3 \ 1 \ 1]$.
 i. Calcular $p(x)$.
 ii. El ítem anterior, ¿asegura que B es una base de P_3 ? Justificar.
 iii. ¿Es B una base de P_2 ? Justificar.
- b) Sea $H = \{q(x) = ax^2 + bx + c \in P_2 / \frac{7}{5}b + \frac{1}{2}c = 0\}$.
 i. Encontrar una base de H (llámala B_1) y su dimensión.
 ii. ¿El polinomio $p(x)$ del ítem a) pertenece a H ? Si no, explicar por qué. Si sí, hallar $[p(x)]_{B_1}$

EJERCICIO 3: Hallar la ecuación $ax + by + cz = d$ del plano π que verifica simultáneamente las siguientes condiciones:

- a) Contiene a los puntos $(0, 2, -2), (1, 5, -5), (-2, 2, 0)$.
 a) $a + b + c + d = 6$.

EJERCICIO 4: Sea $S_3 = \{A \in M_{3 \times 3} : A^t = A\}$

- a) Demostrar que S_3 es un espacio vectorial de $M_{3 \times 3}$
 b) Exhibir un conjunto generador G para S_3 . ¿Es G una base? Justificar.
 c) ¿Existe alguna matriz A en S_3 tal que $A^t = -A$? En caso afirmativo, mostrar un ejemplo.
 En caso negativo explicar por qué tal matriz no existe.

EJERCICIO 5:

- a) Determinar el valor de k para que la nulidad de la matriz $M = [1 \ 2 \ -3 \ -2 \ 0 \ 4 \ 0 \ -2 \ k \ -4 \ -2 \ 6]$ sea igual a 1.
 b) Con el valor obtenido en el ítem anterior, se puede asegurar que el espacio nulo es un subespacio \mathbb{R}^3 de dimensión 1? ¿Por qué?
 c) Con el valor obtenido en el ítem a), determinar el espacio columna de M .
 d) ¿El vector $(9 \ -2 \ 6 \ -10)$ pertenece a C_M ? Justificar.