

Uji Hipotesis Dua Populasi

Statistika Dasar

3 Kasus dalam Uji Hipotesis Dua Populasi

1. Selisih rata-rata dua populasi jika σ_1 dan σ_2 diketahui
2. Selisih rata-rata dua populasi jika σ_1 dan σ_2 tidak diketahui tetapi sama (variansnya homogen)
3. Selisih rata-rata dua populasi jika σ_1 dan σ_2 tidak diketahui dan tidak sama (variansnya tidak homogen)

01 Selisih rata-rata dua populasi jika σ_1 dan σ_2 diketahui

Uji statistik nilai normal baku z untuk $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$ dihitung dengan rumus,

$$z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}$$

dengan $\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$

02 Selisih rata-rata dua populasi jika σ_1 dan σ_2 tidak diketahui tetapi sama (variansnya homogen)

Seperti halnya uji hipotesis dengan simpangan baku diketahui, untuk simpangan baku populasi yang tidak diketahui menggunakan pendekatan distribusi-t, dan nilai t_{hit} menggunakan rumus:

$$t_{hit} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{s_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}$$

dengan

$$s_p = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

$$s_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

03 Selisih rata-rata dua populasi jika σ_1 dan σ_2 tidak diketahui dan tidak sama (variansnya tidak homogen)



Nilai uji statistik untuk $\mu_1 - \mu_2$ dihitung menggunakan rumus sebagaimana pada uji statistik kasus 2, yaitu:

$$t_{hit} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{s_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}$$

Estimasi dan uji statistik dua populasi dengan simpangan baku populasi tidak diketahui dan tidak sama, tetap menggunakan distribusi-t (jika asumsi normal dipenuhi) tetapi derajat kebebasan dan simpangan baku terhadap $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$ dihitung dengan rumus sebagai berikut:

Jika kasus I atau II dipenuhi, dua sampel saling bebas, dan $\sigma_1 \neq \sigma_2$, maka

$$df = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2 - 1}}$$

$$s_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$$

Contoh Soal Uji Hipotesis Kasus 1

Buktikan apakah rata-rata pendapatan pekerja laki-laki dan perempuan berbeda! (dengan tingkat kepercayaan 97%)

Jawab

$\mu_1 = 4,5$ juta rupiah	$\bar{x}_1 = 4,2$ juta rupiah	$\sigma_1 = 500$ ribu rupiah	$n_1 = 700$
$\mu_2 = 3$ juta rupiah	$\bar{x}_2 = 2,9$ juta rupiah	$\sigma_2 = 450$ ribu rupiah	$n_2 = 800$

1. Tentukan hipotesis nol dan alternatif

$H_0 : \mu_1 = \mu_2$ rata-rata pendapatan pekerja laki-laki dan wanita tidak berbeda

$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ rata-rata pendapatan pekerja laki-laki dan wanita berbeda

2. Pilih distribusi yang digunakan

Karena $n_1 = 700 > 30$ dan $n_2 = 800 > 30$, maka data mendekati distribusi normal sehingga gunakan asumsi normal.

3. Menentukan daerah penerimaan dan penolakan H_0
Dengan taraf signifikan $\alpha = 0,03 \rightarrow \alpha/2 = 0,015$ maka nilai $Z_{\text{tabel}} = \pm 2,17$ (Gambar 7.2)
4. Menghitung nilai Z_{hit}

$$\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{900.000^2}{700} + \frac{850.000^2}{800}} = 45390,1736$$
$$Z_{\text{hit}} = \frac{(4,2 - 2,9)\text{juta} - (4,5 - 3)\text{juta}}{45390,1736} = \frac{-200.000}{45390,1736} = -4,406$$

5. Membuat keputusan
Tolak H_0 jika $Z_{\text{hit}} \leq -Z_{\text{tabel}}$ atau $Z_{\text{hit}} \geq Z_{\text{tabel}}$. Karena $Z_{\text{hit}} = -4,406 < -2,17$ maka H_0 ditolak, artinya rata-rata pendapatan pekerjaan laki-laki dan wanita berbeda. (Gambar 7.3)

Contoh Soal Uji Hipotesis Kasus 2

Contoh 7.6

Seorang peneliti ingin mengetahui apakah nilai rata-rata siswa di kota A lebih baik dari siswa di kota B, asumsikan variansi kedua populasi sama. Ia mengambil sampel acak siswa di kota A sebanyak 30 dan rata-rata nilai matematikanya 77 dengan simpangan baku 12,4 , dengan cara yang sama ia mengambil sampel acak sebanyak 37 siswa di kota B dan nilai rata-rata matematika 75 dengan simpangan baku 7,5. Dengan tingkat kepercayaan 99% apakah benar nilai rata-rata siswa di kota A lebih baik dari siswa di kota B?

Jawab

Diketahui	$\bar{x}_1 = 77$	$S_1 = 12,4$	$n_1 = 30$
	$\bar{x}_2 = 75$	$S_2 = 7,5$	$n_2 = 37$

Tahap 1 tentukan hipotesis nol dan alternatif

$H_0 : \mu_1 = \mu_2$ nilai rata-rata matematika siswa di kota A tidak berbeda dengan siswa di kota B

$H_1 : \mu_1 > \mu_2$ nilai rata-rata matematika siswa di kota A lebih baik dengan siswa di kota B



Tahap 2 menentukan distribusi

Karena $n_1 = 30 \geq 30$ dan $n_2 = 37 > 30$ dan simpangan baku tidak diketahui maka data mendekati distribusi normal $\rightarrow$ distribusi-t

Tahap 3 menentukan daerah kritis

Karena tanda hipotesis alternatif $>$, maka metode uji menggunakan Uji Satu Pihak Kanan, daerah kritis (Tolak H_0) berada pada daerah ekor kanan kurva normal (lihat Gambar 7.4).

Luas daerah = $\alpha = 0,05$

df = $30 + 37 - 2 = 65 \rightarrow t_{\text{tabel}} = 1,669$

Tahap 4 menghitung nilai t_{hit}

$$s_p = \sqrt{\frac{(30-1)12,4^2 + (37-1)7,5^2}{30+37-2}} = 9,9877$$

$$s_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = (9,9877) \sqrt{\frac{1}{30} + \frac{1}{37}} = 2,45$$

$$t_{\text{hit}} = \frac{(77 - 75) - 0}{2,45} = 0,816327$$



Tahap 5 membuat keputusan

Tolak H_0 jika $t_{\text{tabel}} > t_{\text{hit}}$. Karena $t_{\text{hit}} = 0,816327 < 1,997$ maka H_0 diterima. Artinya nilai rata-rata matematika siswa di kota A tidak berbeda dengan siswa di Kota B.

Contoh Soal Uji Hipotesis Kasus 3

Perhatikan kembali Contoh 7.6, misalkan simpangan baku kedua populasinya tidak sama. Uji hipotesis dengan tingkat kepercayaan 95% apakah rata-rata nilai matematika di kota A dan kota B berbeda?

Jawab

Diketahui	$\bar{x}_1 = 77$	$S_1 = 12,4$ milligram	$n_1 = 30$
	$\bar{x}_2 = 75$	$S_2 = 7,5$ milligram	$n_2 = 37$

Tahap 1 tentukan hipotesis nol dan alternatif

$H_0 : \mu_1 = \mu_2$ nilai rata-rata matematika siswa di kota A tidak berbeda dengan siswa di kota B

$H_1 : \mu_1 > \mu_2$ nilai rata-rata matematika siswa di kota A lebih baik dengan siswa di kota B

Tahap 2 menentukan distribusi

Karena $n_1 = 30 \geq 30$ dan $n_2 = 37 > 30$ dan simpangan baku tidak diketahui maka data mendekati distribusi normal $\rightarrow$ distribusi-t

Tahap 3 menentukan daerah kritis

Karena tanda hipotesis alternatif $\neq$, maka metode uji menggunakan Uji Dua Pihak, daerah kritis (Tolak H_0) berada pada daerah ekor kiri dan kanan kurva normal (lihat Gambar 7.5).

Luas daerah = $\alpha = 0,5 \rightarrow \alpha/2 = 0,025$

$$df = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2 - 1}} = \frac{\left(\frac{12,4^2}{30} + \frac{7,5^2}{37}\right)^2}{\frac{(12,4^2)^2}{30 - 1} + \frac{(7,5^2)^2}{37 - 1}} = 45,53 \approx 46$$

dari tabel distribusi-t diperoleh $t_{\text{tabel}} = \pm 2,013$.

Tahap 4 menghitung nilai t_{hit}

$$s_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} = \sqrt{\frac{12,4^2}{30} + \frac{7,5^2}{37}} = 2,5779$$
$$t_{\text{hit}} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{s_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}} = \frac{(77 - 75) - 0}{2,5779} = 1,1637$$

Tahap 5 membuat keputusan

Tolak H_0 jika $t_{\text{hit}} < -t_{\text{tabel}}$. Karena $t_{\text{hit}} = 1,1637 < 2,013$ maka H_0 diterima. Artinya nilai rata-rata matematika siswa di kota A tidak berbeda dengan siswa di Kota B.

TERIMA KASIH

