

BÖLÜM I

Dersin Adı	Matematik	Tarih	27Kas - 8Ara 2023
Sınıf	9	Süre	12 ders saati
Alt Öğrenme Alanı	DENKLEMLER ve EŞİTSİZLİKLER		
Konu	Birinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklemler ve Eşitsizlikler		

BÖLÜM II

Kazanım	9.3.3.4. 4. Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem ve eşitsizlik sistemlerinin çözüm kümelerini bulur.
Değerler	SEVGİ - Ailenin Önemi ve Fedakarlık
Yöntem ve Teknikler	Düz anlatım, soru-cevap, problem çözme, örnek olay, beyin fırtınası, kavram haritası
Kullanılan Araç-Gereçler	Ders kitabı, yazı tahtası, etkileşimli tahta, z-kitap, internet, fotoğraf, pergel, cetvel

BÖLÜM III

Öğrenme-Öğretme Süreci

Birinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklemler ve Eşitsizlikler

$a \neq 0, b \neq 0$ ve $a, b, c \in \mathbb{R}$; x ile y değişkenler olmak üzere $ax+by = c$ şeklindeki denklemlere **birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemler** adı verilir. Bu denklemi sağlayan (doğrulayan) x ve y gerçekte sayıları ise (x, y) sıralı ikilisi olarak yazılır ve bu sıralı ikiliye **denklemin çözüm kümesinin bir elemanı** denir.

$ax+by = c$ birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemlerin grafikleri doğru belirtir.

ÖRNEK

$2x - 3y = 12$ denklemini sağlayan tüm (x, y) sıralı ikililerinin analitik düzlemde belirttiği grafiği çiziniz.

ÇÖZÜM

Verilen denklem bir doğru belirtir. Bir doğru grafiğinin çizimi için 2 nokta yeterlidir.

$x = 0$ için

$$2 \cdot 0 - 3y = 12$$

$$-3y = 12$$

$$y = -4$$

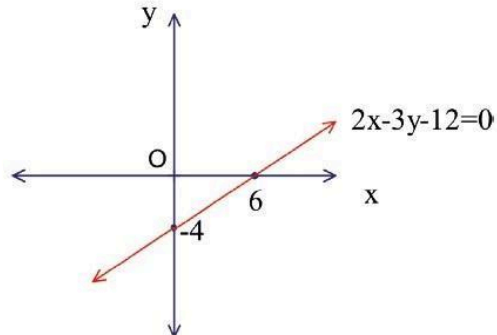
$y = 0$ için

$$2x - 3 \cdot 0 = 12$$

$$2x = 12$$

$$x = 6 \text{ olur.}$$

İstenen doğrunun grafiği $(0, -4)$ ve $(6, 0)$ noktalarından geçeceğinden analitik düzlemde bu noktalar işaretlenip doğrunun grafiği yandaki gibi çizilebilir.



Doğru üzerindeki her noktanın belirttiği sıralı ikili, denklemin çözüm kümesinin bir elemanıdır.

a, b, c, d sıfırdan farklı gerçek sayılar, m ve n gerçek sayılar olmak üzere

$$ax + by = m$$

$cx + dy = n$ şeklinde verilen aynı değişkenden oluşan ve birden fazla denklem bulunduran ifadelere **birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemi** adı verilir.

Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerinin çözüm kümesini bulmak için yok etme, yerine koyma ve grafik çizimi gibi yöntemler kullanılır.

Yok Etme Yöntemi

Denklem sisteminde bilinmeyenlerden herhangi birinin katsayısı diğer denklemdeki aynı bilinmeyenle mutlak değerce eşit, işaret bakımından ters olacak şekilde düzenlenir. Taraf tarafa toplama yoluyla seçilen değişken yok edilir.

ÖRNEK

x ve y gerçek sayılar olmak üzere

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 11 \\ 3x + 4y = 15 \end{array} \right\} \text{denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$$\begin{array}{r} 3 \cdot (2x + 3y) = 11 \cdot 3 \\ -2 \cdot (3x + 4y) = 15 \cdot (-2) \\ \hline 6x + 9y = 33 \\ + -6x - 8y = -30 \\ \hline y = 3 \text{ olur.} \end{array}$$

Yanda bulunan y değeri verilen ilk denklemlerin herhangi birinde yerine yazılarak diğer bilinmeyen hesaplanır.

$2x + 3y = 11$ denkleminde $y=3$ değeri yazılırsa

$$2x + 3 \cdot 3 = 11 \Rightarrow 2x + 9 = 11 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1 \text{ olur. Bu durumda çözüm kümesi } \text{ÇK} = \{(1, 3)\} \text{ olur.}$$

Yerine Koyma Yöntemi

Denklem sistemindeki denklemlerin herhangi birinden herhangi bir değişken eşitliğin bir tarafında yalnız bırakılır ve diğer denklemde yerine yazılır.

ÖRNEK

$$\left. \begin{array}{l} 5x + y = -5 \\ -2x + 3y = 19 \end{array} \right\} \text{denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.}$$

ÇÖZÜM

$5x + y = -5$ denkleminde y yalnız bırakılırsa $y = -5x - 5$ olur.

İkinci denklemde y yerine $-5x - 5$ yazılırsa

$$\begin{aligned} -2x + 3 \cdot (-5x - 5) &= 19 \Rightarrow -2x - 15x - 15 = 19 \Rightarrow -17x - 15 = 19 \\ &\Rightarrow -17x = 34 \\ &\Rightarrow x = -2 \text{ olur.} \end{aligned}$$

$y = -5x - 5$ eşitliğinde x yerine -2 yazılırsa $y = -5 \cdot (-2) - 5 = 5$ olur.

Bu durumda $\text{ÇK} = \{(-2, 5)\}$ olur.

Grafik Yorumu

Birinci dereceden iki bilinmeyenli bir denklemin çözüm kümesini oluşturan sıralı ikililer analitik düzlemde bir doğru belirtir.

Denklemler sistemini oluşturan denklemlerin belirttiği doğruların kesim noktası ya da noktaları bu denklem sisteminin çözüm kümesini oluşturur.

ÖRNEK

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 3x + 3y = 15 \end{cases}$$
 denklem sisteminin çözüm kümesini bulup çözüm kümesinin grafiksel yorumunu yapınız.

ÇÖZÜM

$$\begin{array}{r} -3 \cdot (x + y) = 5 \cdot (-3) \\ 3x + 3y = 15 \\ \hline -3x - 3y = -15 \\ +3x + 3y = 15 \\ \hline 0 = 0 \end{array}$$

Elde edilen bu doğru eşitlik denklem sisteminin çözüm kümesinin sonsuz elemanlı olduğunu ifade eder.

İkinci denklemin her iki tarafı $\frac{1}{3}$ ile çarpılırsa

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}(3x + 3y) &= \frac{1}{3} \cdot 15 \\ x + y &= 5 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Aslında verilen iki denklem birbirinin aynısıdır. Grafikleri aynı doğruyu belirtir. Bu duruma **doğruların çakışık olması** adı verilir. Çakışık iki doğrunun tüm noktaları ortaktır.

ÖRNEK

$$\left. \begin{array}{l} 3x - y = 3 \\ x + 2y = 8 \end{array} \right\} \text{denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.}$$

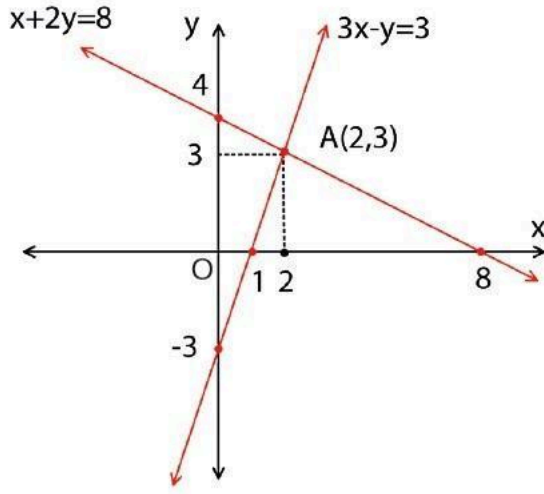
ÇÖZÜM

Denklem sistemini oluşturan denklemlerin her biri analitik düzlemde bir doğru belirtir.

$3x - y = 3$ denkleminde $x = 0$ ise $y = -3$ ve $y = 0$ ise $x = 1$ olduğundan bu doğru $(0, -3)$ ile $(1, 0)$ noktalarından geçer.

$x + 2y = 8$ denkleminde $x = 0$ ise $y = 4$ ve $y = 0$ ise $x = 8$ olduğundan bu doğru ise $(0, 4)$ ile $(8, 0)$ noktalarından geçer.

İki doğrunun grafiği çizildiğinde kesişme noktası denklem sisteminin çözüm kümesi olur. Bu doğruların grafikleri aşağıdaki gibi çizilmiştir.



a, b, c birer gerçek sayı, a ve b sıfırdan farklı olmak üzere

$$ax + by \leq c$$

$$ax + by < c$$

$$ax + by \geq c$$

$$ax + by > c$$

şeklindeki ifadeler **birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizlikler** denir.

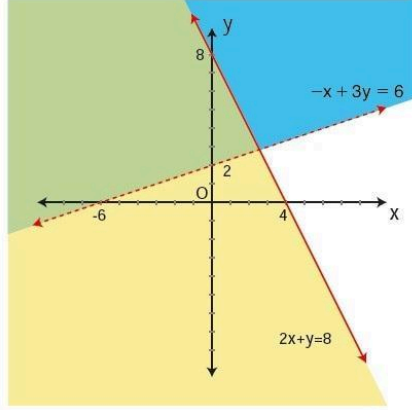
Birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemlerde olduğu gibi bu eşitsizliğin çözüm kümesi de (x, y) şeklindeki sıralı ikililerden oluşur. Eşitsizliği doğru yapan sonsuz sayıda sıralı ikili bulunacağından çözüm kümesi analitik düzlemde boyalı bölgeler çizilerek gösterilir.

ÖRNEK

$\begin{cases} 2x + y \leq 8 \\ -x + 3y > 6 \end{cases}$ eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini analitik düzlemde gösteriniz.

ÇÖZÜM

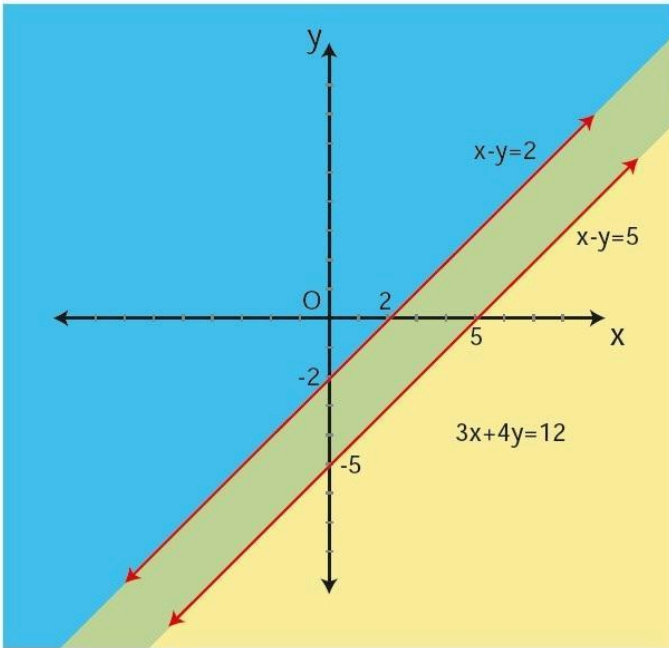
Verilen eşitsizliklerin analitik düzlemde oluşturduğu bölgeler boyanır. Yeşil renge boyanan bölge eşitsizlik sisteminin çözüm kümesidir.

**ÖRNEK**

$2 \leq x - y \leq 5$ eşitsizliğini sağlayan (x, y) sıralı ikililerinin belirttiği bölgeyi analitik düzlemde gösteriniz.

ÇÖZÜM

$2 \leq x - y$ ve $x - y \leq 5$ eşitsizliklerinin belirttiği bölgeler çizilerek $2 \leq x - y \leq 5$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdaki yeşil boyalı bölge olarak bulunur.

**BÖLÜM IV****Ölçme ve Değerlendirme**

1. $A = \left\{ (0,4), \left(\frac{1}{2},3\right), (-1,5), \left(5,\frac{2}{3}\right), (3,2) \right\}$ kümesinin elemanlarından kaç tanesinin $2x + 3y = 12$ denklemini sağladığını bulunuz.

2. Aşağıda verilen denklem sistemlerinin çözüm kümelerini bulunuz.

a) $-5x + 3y = 22$
 $2x - 3y = -16$

b) $7a - 3b = 10$
 $2a + 5b = -3$

c) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = -1$
 $\frac{2x}{3} - \frac{y}{2} = 10$

ç) $\frac{1}{x+1} - 2y = -11$
 $\frac{x}{x+1} + 4y = 22$

3. $3x + 4y = 78$ denkleminin çözüm kümesinin elemanlarından biri $(a-1, a+1)$ ise a değerini bulunuz.

4. $\left. \begin{array}{l} -2x + 5y = -3 \\ (m-2) \cdot x + 2y = n-2 \end{array} \right\}$ denklem sisteminin çözüm kümesi sonsuz elemanlı ise $m \cdot n$ değerini bulunuz.

5. $\left. \begin{array}{l} y < x - 5 \\ y \geq -x + 6 \end{array} \right\}$ eşitsizlik sisteminin çözüm kümesinin elemanlarını analitik düzlemde gösteriniz.

6. Toplamları en çok 6, farkları en az -2 olan gerçek sayı ikililerini analitik düzlemde gösteriniz.

Dersin Diğer Derslerle İlişkisi

BÖLÜM IV

Planın Uygulanmasına İlişkin Açıklamalar

Konu öngörülen ders saatinde işlenmiş olup gerekli değerlendirmeler yapılarak amacına ulaşılmıştır.

.....
Matematik Öğretmeni

.../.../2023
UYGUNDUR
Okul Müdürü
.....