Interrogation 2

Nom, Prénom et classe

Sujet A

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 8$ et $u_{n+1} = 0,6u_n + 2$ pour tout entier $n \in N$

Montre par récurrence que, pour tout $n \in N$,

$$5 < u_{n+1} < u_n$$

Que peut-on en déduire pour la suite (u_n) ?

On considère la suite (v_n) définie par $v_n = u_n - 5$ pour tout entier $n \in N$. *Calcule v_0 puis montre que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison. Déduis-en une expression de v_n et de u_n.*

Interrogation 2

Nom, Prénom et classe

Sujet B

Un groupe de spécialistes en environnement étudie le taux de disponibilité des ressources nécessaires pour le développement de la population de grenouilles autour d'un étang. Ce taux dépend notamment du nombre de grenouilles présentes sur les lieux, de la quantité de nourriture à disposition, de l'espace disponible et de la qualité de l'environnement. Une étude, menée en 2018 par ce premier groupe de scientifiques, a permis d'estimer le taux de disponibilité des ressources à 0,9 ; cela signifie que 90 % des ressources sont disponibles.
On modélise le taux de disponibilité des ressources par la suite (T_n) qui, à tout entier naturel n, associe le taux de disponibilité des ressources n années après 2018. On a ainsi

$$T_0 = 0,9$$

Le modèle choisi est tel que, pour tout entier naturel n, on a

$$T_{n+1} = T_n - 0,1T_n^2$$

1. Certains spécialistes en environnement estiment qu'en 2022, le taux de disponibilité des ressources sera proche de 0,4. *Cette affirmation est-elle conforme au modèle ? Pourquoi ?*
2. On définit la fonction f sur l'intervalle $[0; 1]$ par

$$f(x) = x - 0,1x^2$$

Ainsi, la suite (T_n) vérifie pour tout entier naturel n,

$$T_{n+1} = f\left(T_n\right)$$

a. *Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle* $[0; 1]$.
b. *Montrer que pour tout entier naturel n, on a*

$$0 \leq T_{n+1} \leq T_n \leq 1$$