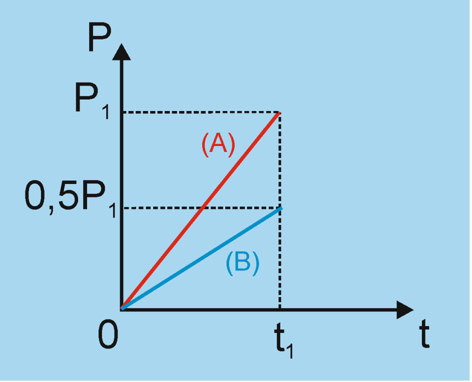
Πληροφορίες από ένα διάγραμμα ισχύος



Δύο ομογενή στερεά Α και Β μπορούν να στρέφονται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό άξονα κάθετο σε αυτά, που διέρχεται από τα κέντρα μάζας τους. Τη χρονική στιγμή t = 0 τα στερεά δέχονται ίδια ροπή μέτρου τ ως προς τον άξονά τους. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται πώς μεταβάλλεται η ισχύς της ροπής που ασκείται στα στερεά σε συνάρτηση με το χρόνο. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες, δικαιολογώντας τις επιλογές σας.

Α. Η αρχική γωνιακή ταχύτητα των σωμάτων είναι ίση με μηδέν

Β. Τα σώματα εκτελούν ομαλά μεταβαλλόμενες κινήσεις

Γ. Το στερεό Α έχει μεγαλύτερη ροπή αδράνειας ως προς τον άξονά του σε σχέση με το Β

Δ. Η κινητική ενέργεια του στερεού Α τη στιγμή t_1 είναι διπλάσια από αυτήν του στερεού Β

Ε. Η ιδιοστροφορμή του στερεού Α τη στιγμή t_1 είναι διπλάσια από την ιδιοστροφορμή του Β

Ζ. Το στερεό Α πραγματοποίησε διπλάσιο αριθμό στροφών σε σχέση με το Β μέχρι τη στιγμή t_1

Απάντηση

Α. Η πρόταση είναι σωστή

Η ισχύς P της ροπής που δέχονται τα σώματα είναι $P = \tau \cdot \omega$

Από το διάγραμμα βλέπουμε ότι τη χρονική στιγμή t = 0 η ισχύς είναι ίση με μηδέν, επομένως η γωνιακή ταχύτητα των σωμάτων είναι ίση με μηδέν.

Β. Η πρόταση είναι σωστή

Από το διάγραμμα βλέπουμε ότι η ισχύς της ροπής αυξάνεται με σταθερό ρυθμό. Έστω ότι η ροπή που δέχονται τα σώματα είναι σταθερή. Τότε θα εκτελέσουν ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση και η ισχύς της ροπής θα γραφτεί

$$P = \tau \cdot \omega \rightarrow P = \tau \cdot (\omega_0 + \alpha_\gamma \cdot t) \xrightarrow{\omega_0 = 0} P = \tau \cdot \alpha_\gamma \cdot t$$

Δηλαδή θα αυξάνεται με σταθερό ρυθμό

Γ. Η πρόταση είναι λανθασμένη

Από την προηγούμενη σχέση $P = \tau \cdot \alpha_{\gamma} \cdot t$ για τη στιγμή t_1

$$P_1 = \tau \cdot \alpha_{\gamma,A} \cdot t_1 \to \alpha_{\gamma,A} = \frac{P_1}{\tau \cdot t_1}$$

$$0{,}5 \cdot P_1 = \tau \cdot \alpha_{\gamma,B} \cdot t_1 \to \alpha_{\gamma,B} = \frac{0{,}5 \cdot P_1}{\tau \cdot t_1}$$

Επομένως $\alpha_{\gamma,A} = 2 \cdot \alpha_{\gamma,B}$

Όμως από το θεμελιώδη νόμο στροφικής

$$\vec{\alpha}_{\gamma} = \frac{\Sigma\vec{\tau}}{I} \to \alpha_{\gamma} = \frac{\tau}{I} \xrightarrow{\alpha_{\gamma,A} = 2 \cdot \alpha_{\gamma,B}} I_B = 2 \cdot I_A$$

Δ. Η πρόταση είναι σωστή

Το έργο της ροπής είναι αριθμητικά ίσο με το εμβαδόν μεταξύ του διαγράμματος και του άξονα του χρόνου. Η κινητική ενέργεια που απέκτησε κάθε στερεό τη στιγμή t_1 είναι ίση με το έργο της ροπής στον ίδιο χρόνο. Έτσι

$$K_A = \frac{P_1 \cdot t_1}{2}$$ και

$$K_B = \frac{0{,}5 \cdot P_1 \cdot t_1}{2}$$

Επομένως η κινητική ενέργεια του στερεού Α τη στιγμή t_1 είναι διπλάσια από αυτήν του στερεού Β

Ε. Η πρόταση είναι λανθασμένη

Είναι $$\Sigma\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} \to \tau = \frac{\Delta L}{\Delta t} \to \tau = \frac{L - L_0}{t_1} \xrightarrow{L_0 = 0} L = \tau \cdot t_1$$

Τα στερεά δέχτηκαν την ίδια ροπή, επομένως τη στιγμή t_1 θα έχουν την ίδια ιδιοστροφορμή.

Εναλλακτικά

$$K = \frac{1}{2}I \cdot \omega^2 \rightarrow K = \frac{1}{2 \cdot I}I^2 \cdot \omega^2 \rightarrow K = \frac{L^2}{2 \cdot I} \rightarrow L = \sqrt{2 \cdot I \cdot K}$$

$$L_A = \sqrt{2 \cdot I_A \cdot K_A} \rightarrow L_A = \sqrt{2 \cdot \frac{I_B}{2} \cdot 2 \cdot K_B} \rightarrow L_A = \sqrt{2 \cdot I_B \cdot K_B} \rightarrow L_A = L_B$$

Ζ. Η πρόταση είναι σωστή

Το έργο της ροπής είναι

$$W = \tau \cdot \Delta\theta$$

Για το στερεό Α

$$W_A = \tau \cdot \Delta\theta_A \rightarrow \frac{P_1 \cdot t_1}{2} = \tau \cdot \Delta\theta_A \rightarrow \Delta\theta_A = \frac{P_1 \cdot t_1}{2 \cdot \tau}$$

$$W_B = \tau \cdot \Delta\theta_B \rightarrow \frac{0,5 \cdot P_1 \cdot t_1}{2} = \tau \cdot \Delta\theta_B \rightarrow \Delta\theta_B = \frac{0,25 \cdot P_1 \cdot t_1}{\tau}$$

Επομένως $\Delta\theta_A = 2 \cdot \Delta\theta_B \rightarrow N_A \cdot 2\pi = 2 \cdot N_B \cdot 2\pi \rightarrow N_A = 2 \cdot N_B$

Παπάζογλου Αποστόλης