

I) Ondes électromagnétiques

I 1) Cours: équations de Maxwell

$$\text{div } \mathbf{B} = 0 ; \quad \text{div } \mathbf{E} = 0 ; \quad \text{rot } \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} ; \quad \text{rot } \mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t})$$

$$\text{div}(\text{rot } \mathbf{B}) = 0 ; \quad \text{div}(\mathbf{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}) = 0 ; \quad \text{div } \mathbf{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

Dans le métal $\mathbf{j} = \gamma \mathbf{E}$ (A condition que la loi d'Ohm soit valable)

$$\text{div } \mathbf{j} = \gamma \text{div } \mathbf{E} = \gamma \rho / \epsilon_0 \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \gamma / \epsilon_0$$

AN : Un temps caractéristique sera $t = \epsilon_0 / \gamma$ soit $1,3 \cdot 10^{-19}$ s. (temps non compatible avec la loi d'Ohm)

I 2) En régime sinusoïdal : courants de déplacement $\epsilon_0 \omega \mathbf{E}_0$, courants de conduction $\gamma \mathbf{E}_0$

$$j_D/j_C = \epsilon_0 \omega \mathbf{E}_0 / \gamma \mathbf{E}_0 = \epsilon_0 \omega / \gamma = \omega / 36 \pi \cdot 10^9 \cdot 7 \cdot 10^7 \ll 1 \Rightarrow \omega \ll 8 \cdot 10^{18} \text{ rad/s.}$$

I 3) Dans le métal $\mathbf{j} = \gamma \mathbf{E}$ $\text{rot}(\text{rot } \mathbf{E}) = - \frac{\partial}{\partial t}(\text{rot } \mathbf{B}) = - \frac{\partial}{\partial t}(\mu_0 \mathbf{j}) = - \mu_0 \gamma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$

$$\Delta \mathbf{E} = \mu_0 \gamma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} = \mu_0 \gamma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

$$k_t^2 = i \mu_0 \gamma \omega \quad k_t = (1+i) \sqrt{\frac{\mu_0 \gamma \omega}{2}}$$

La solution avec le signe - se propagerait dans le mauvais sens et donnerait une amplitude infinie pour x

tendant vers l'infini. On a donc $\mathbf{E}_t = \mathbf{E}_0 e^{-\sqrt{\frac{\mu_0 \gamma \omega}{2}} x} * e^{i(\sqrt{\frac{\mu_0 \gamma \omega}{2}} x - \omega t)} \mathbf{u}_z$

- La partie imaginaire fait donc apparaître l'atténuation de l'onde.

- La vitesse de phase est $v_\phi = (2 \omega / \mu_0 \gamma)^{1/2}$ elle dépend de la fréquence le milieu est donc dispersif. Les différentes composantes sinusoïdales ne se propagent pas à la même vitesse.

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \gamma \omega}}$$

d'où $k_t = (1+i) / \delta$

I 4) Conditions de passage en $x=0$. On a continuité de la composante tangentielle de E et de B

$$E_0 + E_{0r} = E_{0t}$$

pour $\mathbf{B}$ on a $\mathbf{B}_i = \frac{E_0}{c} e^{i(kx - \omega t)} \mathbf{u}_y$ $\mathbf{B}_r = \frac{E_{0r}}{c} e^{i(kx - \omega t)} \mathbf{u}_y$ $\mathbf{B}_t = \frac{k_t}{k} \frac{E_{0t}}{c} e^{i(k_t x - \omega t)} \mathbf{u}_y$

$$E_0 - E_{0r} = (1+i) c \frac{E_{0t}}{\delta \omega} = (1+i) c \frac{E_{0t}}{\alpha}$$

$$\text{d'où } E_{0t} = 2 E_0 \alpha / (1 + \alpha + i) \quad \text{et} \quad E_{0r} = 2 E_0 (\alpha - 1 - i) / (1 + \alpha + i)$$

pour $\alpha \ll 1$ $E_{0t} \approx E_0 \alpha (1 - i) \approx 0$ $E_{0r} \approx -E_0$

Dans le cas limite la réflexion est totale; il n'y a pas alors d'onde transmise.

I 5) $\mathbf{E}_t = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i \frac{x}{\delta}} \frac{1}{4} E_0 e^{i(-\frac{x}{\delta} - \omega t)} \mathbf{u}_z$

$$B_t = \frac{2}{c} E_0 e^{i(\frac{x}{\delta} - \omega t)} u_y = \frac{2 E_0}{c} e^{i(\frac{x}{\delta} - \omega t)} u_y$$

$$I_6) \quad \frac{e \cdot E \cdot B}{0} = \sqrt{2} \frac{E_0^2}{c} e^{\frac{2x}{\delta}} [\cos(\frac{x}{4\delta}) + \cos(\frac{x}{2\delta} - 2\omega t)] u_x$$

$$\frac{E_0^2}{c} e^{\frac{2x}{\delta}} u_x$$

$$I_7) p = \mathbf{j} \cdot \mathbf{E} = \gamma E_2 = 2 \gamma E_0^2 \alpha_2 \exp(-2x/\delta) \cos^2(x/\delta - \omega t - \pi/4) \quad \langle p \rangle = \gamma E_0^2 \alpha_2 \exp(-2x/\delta)$$

I 8) Bilan énergétique

Puissance incidente = puissance cédée à la matière + puissance sortante

$$P_i(x) = P_i(x + dx) + P_{\text{cédée}} \quad -\frac{dP_i}{dx} = \langle p \rangle S \quad -\frac{dP}{dx} = \langle p \rangle$$

$$-\frac{d\langle P \rangle}{dx} = \frac{2 E_0^2}{c} e^{\frac{2x}{\delta}} - 2 E_0^2 e^{\frac{2x}{\delta}}$$

On vérifie bien qu'en régime permanent la puissance moyenne entrant dans le volume se retrouve sous forme d'énergie cédée à la matière (effet Joule) et d'énergie transmise à la partie située à droite.

Deuxième partie : Dimensions d'un condenseur.

II 1

En régime permanent faisons un bilan énergétique entre t et t + dt. Le premier principe appliqué au fluide

$$1 \text{ permet d'écrire } (D_1 h_{1s} - D_1 h_{1e}) dt + dE_{p1} + dE_{c1} = \delta Q_{\text{ech}} = -P_{\text{th},c} dt$$

$$\text{De la même manière pour le fluide 2 } (D_2 h_{2s} - D_2 h_{2e}) dt + dE_{p2} + dE_{c2} = \delta Q_{\text{ech}} = P_{\text{th},c} dt$$

$$\text{d'où } (D_2 h_{2s} - D_2 h_{2e}) = (D_1 h_{1e} - D_1 h_{1s})$$

$$\text{II 2 a) Le bilan énergétique permet d'écrire } K d\Sigma (T_1 - T_2(x)) dt = S \rho dx c_p dT$$

$$d\Sigma (T_1 - T_2(x)) = c_p dT S \rho dx \quad \text{d'où} \quad d\Sigma \Delta T = -D_2 c_p d\Delta T$$

$$\text{b) Soit après intégration} \quad K \Sigma = D_2 c_p \ln(\Delta T_i / \Delta T_f) = D_2 c_p \ln((T_1 - T_{2e}) / (T_1 - T_{2s}))$$

$$P_{\text{th},c} = (D_2 h_{2s} - D_2 h_{2e}) = D_2 c_p (T_{2s} - T_{2e}) = K \Sigma (T_{2s} - T_{2e}) / \ln((T_1 - T_{2e}) / (T_1 - T_{2s}))$$

$$\text{II 3 a) } P_{\text{th},c} = \mu N c_p V (T_{2s} - T_{2e}) \pi d^2 / 4$$

$$\text{b) } P_{\text{th},c} = \mu N V c_p (T_{2s} - T_{2e}) \pi d^2 / 4 = K \Sigma (T_{2s} - T_{2e}) / \ln((T_1 - T_{2e}) / (T_1 - T_{2s})) \quad \Sigma = L N \pi d$$

$$K = \mu V c_p d \ln((T_1 - T_{2e}) / (T_1 - T_{2s})) / 4 L$$

c) Application Numérique

$$1) K/V = \mu c_p d \ln((T_1 - T_{2e}) / (T_1 - T_{2s})) / 4 = 1624 \text{ J.m}^{-3} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$2) \text{ la connaissance de } K/V \text{ permet de trouver (graphiquement par exemple) } V = 1,8 \text{ ms}^{-1}$$

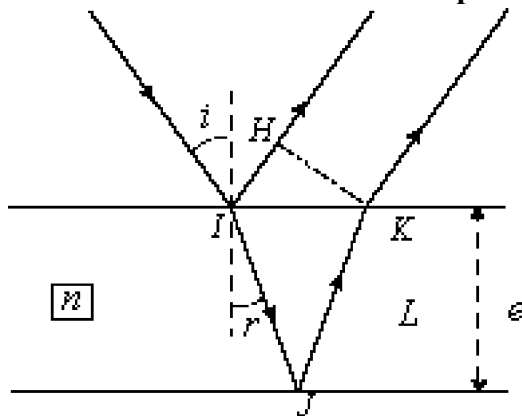
et $K=2925 \text{ J.m}^{-3}.\text{K}^{-1} \text{ s}^{-1}$.

$$3) P_{\text{th},c} = 2640 \text{ MW donc } D_1 = P_{\text{th},c} / (h_{1e} - h_{1s}) = 1,3 \cdot 10^3 \text{ kg.s}^{-1}$$

$$D_2 = P_{\text{th},c} / (h_{2s} - h_{2e}) = 46 \cdot 10^3 \text{ kg.s}^{-1}$$

$$N = 4 \cdot P_{\text{th},c} / \mu c_p V (T_{2s} - T_{2e}) \pi d_2 = 128 \cdot 900 \text{ tubes.}$$

Partie III Interférences données par 1 lame à faces //



$$3) p = \delta / \lambda_0 = 2ne \cos r / \lambda_0 + 1/2 = 2ne (1 - r^2/2) + 1/2 = 2ne (1 - i^2/2n^2) + 1/2$$

les angles étant faibles (approximation de Gauss $n^2 r^2 = i^2$) $p = p_0 (1 - i^2/2n^2) + 1/2$

p est maximum lorsque $i=0$

Lorsque $R=OH$ augmente l'ordre diminue.