

CURSO DE CAPACITAÇÃO

**O USO DE FERRAMENTAS TECNOLÓGICAS E AS POSSIBILIDADES
PEDAGÓGICAS NA FORMAÇÃO DOS DOCENTES NA REDE
MUNICIPAL DE GURUPI – TO**



**A UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA COMO FERRAMENTA DE ENSINO
EDUCACIONAL: APLICAÇÕES AO ENSINO DA MATEMÁTICA.**



**AULA 04: Construção de
Quadriláteros Notáveis.**

06/07/13

GURUPI – TO

2013

CURSO DE CAPACITAÇÃO

**O USO DE FERRAMENTAS TECNOLÓGICAS E AS POSSIBILIDADES
PEDAGÓGICAS NA FORMAÇÃO DOS DOCENTES NA REDE
MUNICIPAL DE GURUPI – TO**

**A UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA COMO FERRAMENTA DE ENSINO
EDUCACIONAL: APLICAÇÕES AO ENSINO DA MATEMÁTICA.**

AULA 04: Construção de Quadriláteros Notáveis.

06/07/13

GURUPI – TO

2013

QUADRILÁTEROS NOTÁVEIS

Definição:

Quadrilátero Notável é todo quadrilátero convexo que possui pelo menos dois lados paralelos. Vejam algumas propriedades particulares: Trapézio, paralelogramo, losango, retângulo e quadrado.



QUADRILÁTEROS NOTÁVEIS - TRAPÉZIO

Trapézios, no sentido lato, são quadriláteros em que dois lados opostos são paralelos. Os lados são as bases e se forem desiguais uma é a base maior e a outra a base menor.

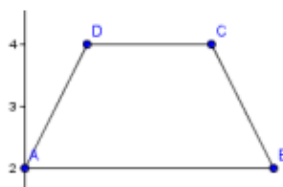


Figura 01: Trapézio

Classificação dos Trapézios e suas propriedades

a) TRAPÉZIO ISÓSCELES

É aquele cujos lados opostos não paralelos são iguais.

Utilizando o Geogebra vamos construir um trapézio isósceles;

Rotina:

Crie um segmento de reta AB usando a ferramenta segmento de reta definida por dois pontos.

Construa um ponto qualquer fora do segmento de reta AB;

Construa uma reta paralela ao segmento AB passando pelo ultimo ponto criado (Ponto C) e em seguida trace um segmento de reta unindo os pontos B e C.

Usando a ferramenta "circulo dado centro e raio" clique no ponto A, e na caixa de diálogo que abrir digite c. (este c corresponde o comprimento do segmento BC).

QUADRILÁTEROS NOTÁVEIS

Definição: Quadrilátero Notável é todo quadrilátero convexo que possui pelo menos dois lados paralelos. Vejam algumas propriedades particulares: Trapézio, paralelogramo, losango, retângulo e quadrado.

Trapézios, no sentido lato, são quadriláteros em que dois lados opostos são paralelos. Os lados são as bases e se forem desiguais uma é a base maior e a outra a base menor.

Figura 01: Trapézio

Classificação dos Trapézios e suas propriedades

a) TRAPÉZIO ISÓSCELES

É aquele cujos lados opostos não paralelos são iguais.

Utilizando o Geogebra vamos construir um trapézio isósceles;

Rotina:

Crie um segmento de reta AB usando a ferramenta segmento de reta definida por dois pontos.

Construa um ponto qualquer fora do segmento de reta AB;

Construa uma reta paralela ao segmento AB passando pelo ultimo ponto criado (Ponto C) e em seguida trace um segmento de reta unindo os pontos B e C.

Usando a ferramenta “circulo dado centro e raio” clique no ponto A, e na caixa de diálogo que abrir digite c. (este c corresponde o comprimento do segmento BC).

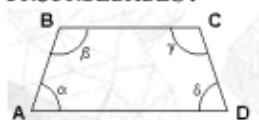
Julho 2013

QUADRILÁTEROS NOTÁVEIS - TRAPÉZIO

|Geogebra na Sala de Aula| # |www.andreluizifto.xpg.com.br|

Marque os pontos de interseção com a reta e o círculo. Use a ferramenta polígono e clique nos pontos obtidos (Vértices do trapézio).

PROPRIEDADES:



* Os ângulos adjacentes à mesma base são congruentes.

* As diagonais são iguais

Figura 02: Trapézio isósceles

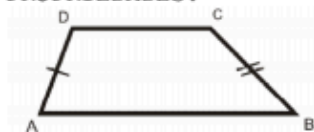
* a soma dos ângulos internos $\begin{cases} \alpha + \beta = 180 \\ \delta + \gamma = 180 \end{cases}$

b) TRAPÉZIO ESCALENO

Possuem os todos os lados não congruentes.

Como não há relação de congruência entre os lados, você poderá utilizar os comandos no Geogebra que sejam mais convenientes para você construir a figura.

PROPRIEDADES:



* a soma dos ângulos internos $\begin{cases} \alpha + \beta = 180 \\ \delta + \gamma = 180 \end{cases}$

Figura 03: Trapézio escaleno

c) TRAPÉZIO RETÂNGULO

Possui dos ângulos retos (90°).

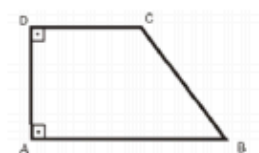


Figura 04: Trapézio retângulo

Pág.: 3

Marque os pontos de interseção com a reta e o círculo. Use a ferramenta polígono e clique nos pontos obtidos (Vértices do trapézio).

PROPRIEDADES:

Figura 02: Trapézio isósceles

* a soma dos ângulos internos {

b) TRAPÉZIO ESCALENO

Possuem os todos os lados não congruentes.

Como não há relação de congruência entre os lados, você poderá utilizar os comandos no Geogebra que sejam mais convenientes para você construir a figura.

PROPRIEDADES:

Figura 03: Trapézio escaleno

c) TRAPÉZIO RETÂNGULO

Possui dos ângulos retos (90o).

Figura 04: Trapézio retângulo

Julho 2013

* Os ângulos adjacentes à mesma base são congruentes.

* As diagonais são iguais

*a soma dos ângulos internos

{

[Geogebra na Sala de Aula] # [www.andreluizifto.xpg.com.br]



QUADRILÁTEROS NOTÁVEIS - PARALELOGRAMO

Um quadrilátero plano convexo é um paralelogramo se, e somente se, possui os lados opostos paralelos.

Propriedades:

P1:

- ✓ Em todo paralelogramo dois **ângulos opostos** quaisquer **são congruentes**.

Observe:

Hipótese Tese
 ABCD é um paralelogramo $\rightarrow \hat{A} \equiv \hat{C}$ e $\hat{B} \equiv \hat{D}$

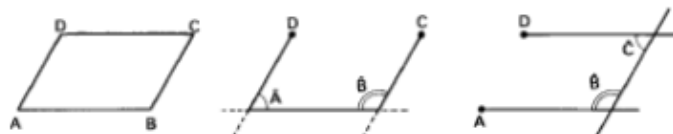


Figura 05: Paralelogramo

Fonte: Fundamentos de Matemática Elementar- Vol9. Geometria Plana. 7ª Ed. Pág 103

Utilizando o Geogebra, vamos demonstrar empiricamente esta propriedade.

Rotina:

Construa um segmento de reta AB qualquer;

Marque um ponto qualquer C não colinear ao segmento obtido;

Crie um segmento de reta ligando o ponto B ao ponto C;

Com a ferramenta círculo dado centro e raio, clique no ponto A e na caixa de diálogo digite no nome do segmento BC.

Marque os pontos de interseção da reta paralela com a corda da circunferência. Utilize a ferramenta polígono e ligue os pontos.

Após a construção verifique as relações:

Pág.: 4

Um quadrilátero plano convexo é um paralelogramo se, e somente se, possui os lados opostos paralelos.

Propriedades: P1:

✓ Em todo paralelogramo dois ângulos opostos quaisquer são

congruentes. Observe:

Hipótese Tese ABCD é um paralelogramo $\rightarrow$ ~~~~

Figura 05: Paralelogramo Fonte: Fundamentos de Matemática Elementar- Vol9. Geometria Plana. 7a Ed. Pág 103

Utilizando o Geogebra, vamos demonstrar empiricamente esta propriedade.

Rotina:

Construa um segmento de reta AB qualquer;

Marque um ponto qualquer C não colinear ao segmento obtido;

Crie um segmento de reta ligando o ponto B ao ponto C;

Com a ferramenta círculo dado centro e raio, clique no ponto A e na caixa de diálogo digite no nome do segmento BC.

Marque os pontos de interseção da reta paralela com a corda da circunferência. Utilize a ferramenta polígono e ligue os pontos.

Após a construção verifique as relações:

Julho 2013

QUADRILÁTEROS NOTÁVEIS - PARALELOGRAMO

[Geogebra na Sala de Aula] # [www.andreluizifto.xpg.com.br]

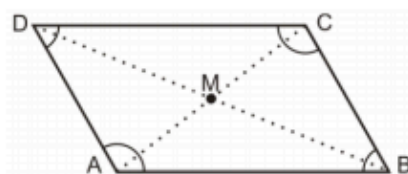


Figura 06: Paralelogramo

$$ABCD \text{ é paralelogramo} \rightarrow \begin{cases} \overline{AC} // \overline{BD} \rightarrow \hat{A} + \hat{B} = 180 \\ \overline{AB} // \overline{CD} \rightarrow \hat{C} + \hat{D} = 180 \end{cases}$$

P2:

- ✓ Todo quadrilátero convexo que tem **ângulos opostos congruentes** é paralelogramo.

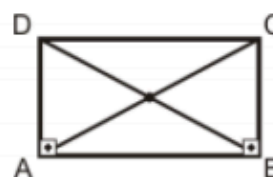
Sendo ABCD um quadrilátero convexo,

Hipótese Tese
 $\hat{A} \equiv \hat{C}, \hat{B} \equiv \hat{D} \rightarrow ABCD \text{ é paralelogramo}$

Então;
 $\hat{A} \equiv \hat{C}, \hat{B} \equiv \hat{D} \rightarrow \hat{A} + \hat{B} = \hat{C} + \hat{D}$

Logo;
 $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360$

Tipos especiais de Paralelogramos



∴ todo retângulo é paralelogramo

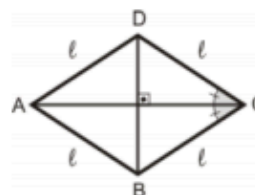
P3

- ✓ Todo quadrilátero convexo que tem lados opostos congruentes é paralelogramo

Sendo ABCD um quadrilátero convexo,
 $\overline{AB} = \overline{CD}, \overline{BC} = \overline{DA}$

Então;
 $\overline{AB} \equiv \overline{CD}, \overline{BC} = \overline{DA},$
 $\overline{AC} \text{ comun} \rightarrow \triangle ABC = \triangle CDA$

Tipos especiais de Paralelogramos





Julho 2013 ~~~

P2:

✓ Todo quadrilátero convexo que tem ângulos opostos congruentes é paralelogramo.

Sendo ABCD um quadrilátero convexo,

Hipótese Tese

~~~~~

Então;

~~~~~

Logo;

~~~~~

**P3**

✓ Todo quadrilátero convexo que tem lados opostos

congruentes é paralelogramo Sendo ABCD um quadrilátero convexo, 

Então; 

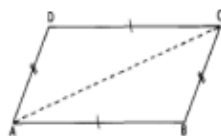


Figura 06: Paralelogramo

$$\begin{cases} \hat{B}\hat{A}\hat{C} \equiv \hat{D}\hat{C}\hat{A} \rightarrow AB // CD \\ \hat{B}\hat{C}\hat{A} \equiv \hat{D}\hat{A}\hat{C} \rightarrow AD // BC \end{cases} \rightarrow ABCD \text{ é paralelogramo}$$

$\therefore$  todo losango é um paralelogramo e também todo quadrado é paralelogramo.

### EXERCÍCIO

Utilizando o software construir um paralelogramo ABCD;

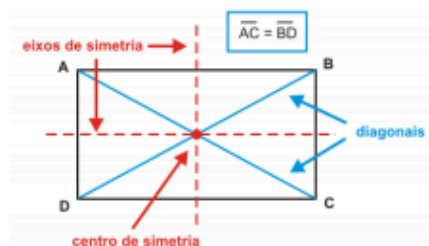
Verifique as seguintes relações (propriedades)

- \* a soma dos ângulos internos consecutivos é igual a  $180^\circ$ ;
- \* as diagonais interceptam no ponto médio. Isto é, seja um paralelogramo ABCD, com M o ponto de interseção com as diagonais, verifique se o segmento  $MB = MD$  e  $MA = MC$ ;
- \* a congruência entre os ângulos:  $\hat{A} = \hat{C}$  e  $\hat{B} = \hat{D}$



### QUADRILÁTEROS NOTÁVEIS - RETÂNGULO

Corresponde todo quadrilátero com os quatro ângulos congruentes e, consequentemente, retos. Possui diagonais congruentes.





---

Julho 2013~

e também .

## EXERCÍCIO

Utilizando o software construir um paralelogramo ABCD;

Verifique as seguintes relações (propriedades)

\* a soma dos ângulos internos consecutivos é igual a  $180^\circ$ ;

\* as diagonais interceptam no ponto médio. Isto é, seja um paralelogramo ABCD, com M o ponto de interseção com as diagonais, verifique se o segmento  $MB = MD$  e  $MA = MC$ ; \* a congruência entre os ângulos:  $\hat{A}$  e  $\hat{C}$

Corresponde todo quadrilátero com os quatro ângulos congruentes e, consequentemente, retos. Possuem diagonais congruentes.

## QUADRILÁTEROS NOTÁVEIS – RETÂNGULO

[Geogebra na Sala de Aula] # [www.andreluizifto.xpg.com.br]

Figura 07: Retângulo

Fonte: [http://alfaconnection.net/pag\\_avsm/geo0401.htm](http://alfaconnection.net/pag_avsm/geo0401.htm)

OBS: Todo quadrado é um retângulo, porém não vale a recíproca.

Propriedades:

- ✓ as diagonais são iguais;
- ✓ o retângulo tem dois eixos de simetria;
- ✓ as diagonais cortam-se no ponto médio que é um centro de simetria.

Construção de retângulo

Rotina:

Marque um segmento de reta AB

Nos extremos, ponto A e ponto B, trace duas retas perpendiculares ao segmento passando nos pontos A e B;

Marque um ponto em uma das retas perpendiculares obtido, e sobre este ponto, use a ferramenta reta paralela, para obter uma reta paralela ao segmento AB. Marque o ponto de interseção desta reta com a outra perpendicular.

Usando a ferramenta polígono selecione todos os vértices obtidos e verifique as propriedades correspondentes.



#### QUADRILÁTEROS NOTÁVEIS - LOSANGO

É um quadrilátero que apresentam as suas diagonais nas bissetrizes dos ângulos internos, e são perpendiculares. ABCD é losango se, e somente se, possui os quatro lados congruentes.

$$ABCD \text{ é losango} \leftrightarrow \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$$

---

Pág.: 7

Figura 07: Retângulo Fonte: [http://alfaconnection.net/pag\\_avsm/geo0401.htm](http://alfaconnection.net/pag_avsm/geo0401.htm)

OBS: Todo quadrado é um retângulo, porém não vale a recíproca.

Propriedades:

- ✓ as diagonais são iguais;
- ✓ o retângulo tem dois eixos de simetria;
- ✓ as diagonais cortam-se no ponto médio que é um centro de simetria.

Construção de retângulo

Rotina:

Marque um segmento de reta AB

Nos extremos, ponto A e ponto B, trace duas retas perpendiculares ao segmento passando nos pontos A e B;

Marque um ponto em uma das retas perpendiculares obtido, e sobre este ponto, use a ferramenta reta paralela, para obter uma reta paralela ao segmento AB. Marque o ponto de interseção desta reta com a outra perpendicular.

Usando a ferramenta polígono selecione todos os vértices obtidos e verifique as propriedades correspondentes.

### **QUADRILÁTEROS NOTÁVEIS – LOSANGO**

É um quadrilátero que apresentam as suas diagonais nas bissetrizes dos ângulos internos, e são perpendiculares. ABCD é losango se, e somente se, possui os quatro lados congruentes.

===

---

Julho 2013

[Geogebra na Sala de Aula] # [www.andreluizifto.xpg.com.br](http://www.andreluizifto.xpg.com.br)

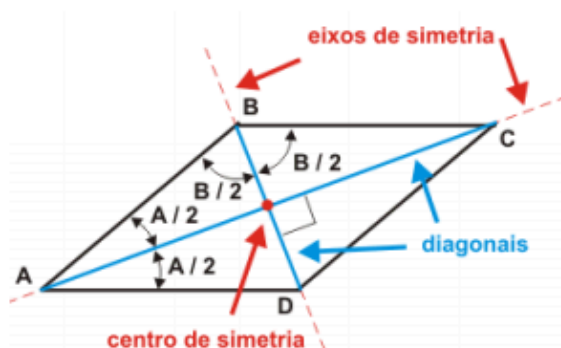


Figura 08: Retângulo

Fonte: [http://alfaconnection.net/pag\\_avsm/geo0401.htm](http://alfaconnection.net/pag_avsm/geo0401.htm)

Propriedades:

- ✓ as diagonais são ortogonais;
- ✓ as diagonais são bissetrizes dos ângulos internos;
- ✓ as diagonais são eixos de simetria
- ✓ as diagonais cortam-se no ponto médio que é um centro

Todo quadrado é um losango, no entanto, nem todo losango é um quadrado.

Observe que a projeção abaixo é um losango e também é um quadrado; pois contém igualdade das arestas e também possui quatro ângulos retos.

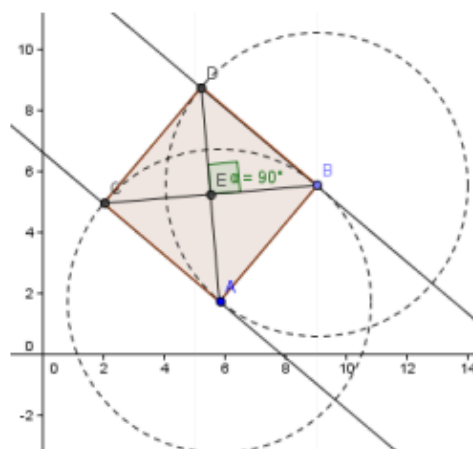


Figura 09: losango

Figura 08: Retângulo Fonte: [http://alfaconnection.net/pag\\_avsm/geo0401.htm](http://alfaconnection.net/pag_avsm/geo0401.htm)

Propriedades:

- ✓ as diagonais são ortogonais; ✓ as diagonais são bissetrizes dos ângulos internos;
- ✓ as diagonais são eixos de simetria ✓ as diagonais cortam-se no ponto médio que é um centro

Todo quadrado é um losango, no entanto, nem todo losango é um quadrado.

Observe que a projeção abaixo é um losango e também é um quadrado; pois contém igualdade das arestas e também possui quatro ângulos retos.

Figura 09: losango

---

Julho 2013

[Geogebra na Sala de Aula] # |[www.andreluizifto.xpg.com.br](http://www.andreluizifto.xpg.com.br)|





## QUADRILÁTEROS NOTÁVEIS - QUADRADO

É um quadrilátero convexo equilátero e equiângulo. As suas diagonais são perpendiculares entre si, possui medidas iguais e são bissetrizes dos ângulos.

$$ABCD \text{ é quadrado} \leftrightarrow \hat{A} \equiv \hat{B} \equiv \hat{C} \equiv \hat{D} \text{ e } \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$$

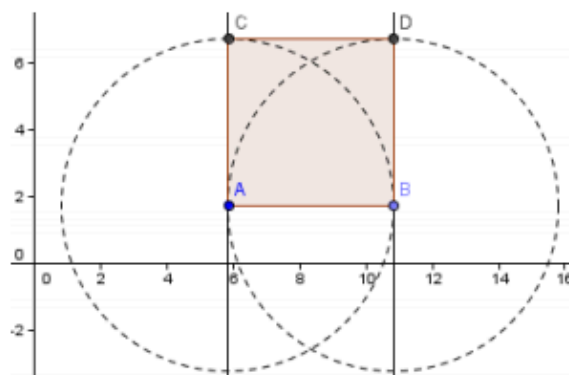


Figura 10: Quadrado

Outras Propriedades:

- ✓ as diagonais são iguais;
- ✓ as diagonais são ortogonais;
- ✓ as diagonais são bissetrizes dos ângulos internos;
- ✓ as diagonais são eixos de simetria;
- ✓ as diagonais cortam-se no ponto médio que é um centro de simetria.

### EXERCÍCIOS

Construir um quadrado de lado 5 u.a (unidades de área)

Rotina:

Crie um segmento de tamanho 5 u.a

## QUADRILÁTEROS NOTÁVEIS – QUADRADO

É um quadrilátero convexo equilátero e equiângulo. As suas diagonais são perpendiculares entre si, possui medidas iguais e são bissetrizes dos ângulos.



Figura 10: Quadrado

Outras Propriedades:

✓ as diagonais são iguais; ✓ as diagonais são ortogonais; ✓ as diagonais são bissetrizes dos ângulos internos; ✓ as diagonais são eixos de simetria; ✓ as diagonais cortam-se no ponto médio que é um centro de simetria.

## EXERCÍCIOS

Construir um quadrado de lado 5 u.a (unidades de área)

Rotina:

Crie um segmento de tamanho 5 u.a

Com a ferramenta círculo dados centro e um dos seus pontos, selecione o clique no ponto A e depois em B, repita o procedimento, clique em B e depois em A.

Utilize a ferramenta reta perpendicular e trace duas retas cada uma passando pelo centro de cada círculo/circunferência obtida.

Marque o ponto de interseção das retas com as respectivas circunferências.

Clique em um dos vértices, neste caso vértice B, e movimente o objeto construído.

Utilize uma formatação que deseja destacando o objeto construído.

Verifique as propriedades listadas acima.

-----  
Você também poderá obter um quadrado de forma mais simples, basta selecionar um segmento de tamanho que desejar e em seguida selecione (clique) na ferramenta polígono regular, e assim que abrir uma janela, digite um número (NESTE CASO 4) o qual corresponde a quantidade de lados do polígono.

---

Pág.: 10

Com a ferramenta círculo dados centro e um dos seus pontos, selecione o clique no ponto A e depois em B, repita o procedimento, clique em B e depois em A.

Utilize a ferramenta reta perpendicular e trace duas retas cada uma passando pelo centro de cada círculo/circunferência obtida.

Marque o ponto de interseção das retas com as respectivas circunferências.

Clique em um dos vértices, neste caso vértice B, e movimente o objeto construído.

Utilize uma formatação que deseja destacando o objeto construído.

Verifique as propriedades listadas acima.

----- Você também poderá obter um quadrado de forma mais simples, basta selecionar um segmento de tamanho que desejar e em seguida selecione (clique) na ferramenta polígono regular, e assim que abrir uma janela, digite um número (NESTE CASO 4) o qual corresponde a quantidade de lados do polígono.