

УТВЕРЖДАЮ

Первый заместитель начальника
управления образования
Могилевского облисполкома

_____ О.В.Стельмашок

«___» марта 2016 г.

ЗАДАНИЯ

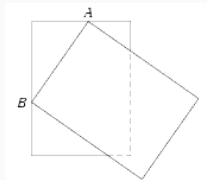
для проведения городских, районных олимпиад
по учебному предмету «Математика»

Дата проведения: 22 марта 2016 г.

Время выполнения заданий: 10.00 – 12.30.

V класс

1. Листок календаря частично закрыт предыдущим оторванным листком (см. рисунок). Вершины A и B верхнего листка лежат на



сторонах нижнего листка. Четвёртая вершина нижнего листка не видна — она закрыта верхним листком. Верхний и нижний листки, естественно, равны между собой. Какая часть нижнего листка больше — закрытая или открытая и почему? (Ответ обоснуйте).

2. Три ёжика делили три кусочка сыра массами 5 г, 8 г и 11 г. Лиса стала им помогать. Она может от любых двух кусочков одновременно отрезать и съесть по 1 г сыра. Сможет ли лиса оставить ёжикам равные кусочки сыра? (Ответ обоснуйте).

3. На пяти карточках записаны натуральные числа от 1 до 5. Леша и Дима взяли себе, не глядя, по две карточки, а оставшуюся карточку, также не глядя, спрятали. Изучив свои карточки, Леша сказал Диме: "Я знаю, что сумма чисел на твоих карточках чётна!"; и был прав. Какие числа записаны на Лешиных карточках? (Ответ обоснуйте).

4. Из цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 составили пять двузначных чисел (каждая цифра была использована ровно один раз). Может ли сумма этих пяти чисел равняться: а) 250; б) 270? (Ответ обоснуйте).

5. Бак был полон воды. Эту воду поровну перелили в три бидона. Оказалось, что в первом бидоне вода заняла половину его объёма, во втором бидоне вода заняла $\frac{2}{3}$, а в третьем бидоне — $\frac{3}{4}$ его объёма. Бак и все три бидона вмещают по целому числу литров. При каком наименьшем объёме бака возможна такая ситуация?

6. В некотором государстве система авиалиний устроена таким образом, что любой город соединен авиалиниями не более чем с тремя другими и из любого города в

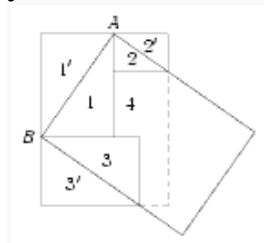
любой другой можно проехать, сделав не более одной пересадки. Какое максимальное число городов может быть в этом государстве? (Ответ обоснуйте).

Пользоваться калькулятором не разрешается

Математика. V класс. Решения.

Решения учащихся могут отличаться от авторских.

1. **Решение:** Площадь открытых участков 1', 2' и 3' равна площади закрытых участков 1, 2 и 3 (см. рисунок). Значит, закрытая часть листка больше открытой на площадь закрытого участка 4.



Ответ: Закрытая часть будет больше.

2. **Решение:** Лиса сначала три раза отрезает по 1 г от кусочков в 5 г и 11 г. Получается один кусок в 2 г и два куса по 8 г. Теперь осталось шесть раз отрезать и съесть по 1 г от кусочков в 8 г.

Ответ: Да, может.

3. **Решение:** Два числа Леша видит, поэтому он знает, какие три числа остались. Если он уверен, что сумма любых двух чисел из оставшихся трёх – чётна, то эти три числа должны быть одной чётности (в противном случае, сумма чётного и нечётного числа будет нечётной). В указанном наборе нет трёх чётных чисел, поэтому числа, которые Леша не видит, – это 1, 3 и 5. Значит, на его карточках записаны числа 2 и 4.

Ответ: 2 и 4.

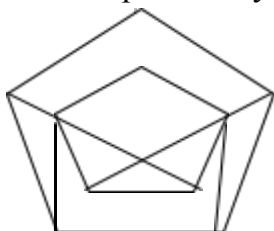
4. **Решение:** Представим, что мы складываем данные пять двузначных чисел столбиком. Если сумма заканчивается цифрой 0, то и сумма цифр в разряде единиц у этих пяти чисел заканчивается цифрой 0. Тогда сумма цифр в разряде единиц может быть равна 10, 20 или 30 (сумма пяти различных цифр не может быть больше $9+8+7+6+5=35$). Так как сумма всех десяти цифр $0+1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$, то тогда сумма цифр в разряде десятков у наших пяти чисел будет соответственно равна $45-10=35$, $45-20=25$ или $45-30=15$. И значит, сумма данных пяти чисел будет соответственно равна $350+10=360$, $250+20=270$ или $150+30=180$. Таким образом, результат а) 250 невозможен. А сумма б) 270 получиться может. Это доказывает следующий (не единственный) пример: $30+41+52+68+79=270$. По-другому доказать, что ответ а) невозможен, можно, показав, что сумма пяти рассматриваемых чисел обязана делиться на 9.

Ответ: а) нет, не может; б) да, может.

5. **Решение:** В каждый бидон перелито по $\frac{1}{3}$ объёма бака. Значит, объём первого бидона равен $2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ бака, объём второго – $\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$ бака, а объём третьего – $\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{9}$ бака. Все эти количества – целые числа, поэтому объём бака делится на 3, 2 и 9. НОК(2, 3, 9) = 18. Значит, минимальная вместимость бака – 18 л.

Ответ: 18 л.

6. **Решение:** Из любого города А можно добраться не более чем до трех городов, а из каждого из них не более чем до двух (не считая А). Таким образом, всего городов не более $1+3+3 \times 2=10$. Пример на рисунке показывает, что нужная система авиалиний в государстве с десятью городами существует.



Ответ: 10.