

[illegible]

نقوم بعملية التشفير و ذلك باستعمال التحويل $x \rightarrow y$ حيث: $y \equiv 5x + 7 [28]$

- أكمل الجدول السابق

- شفر الجملة " ثانوية جمال الدين "

- فك تشفير الجملة " ش,د,ح,ع,ه,غ,ت,م,ه,د,ح,ط,ي,د,ج "

التمرين الرابع (04 نقاط)

- برهن بالتراجع على أن :

من أجل كل عدد طبيعي n : $1 + 3 + 5 + \dots + (2n + 1) = (n + 1)^2$

- استنتج المجموع: $S = 1 + 3 + 5 + \dots + 101$

- انتهى -

حل الموضوع

حل التمرين الأول :

(1) تعيين بواقي القسمة الاقليدية للعدد 3^n على 5 حسب قيم n الطبيعية:

$$3^0 \equiv 1[5], \quad 3^1 \equiv 3[5], \quad 3^2 \equiv 4[5], \quad 3^3 \equiv 2[5], \quad 3^4 \equiv 1[5]$$

ومنه مهما يكن العدد الطبيعي n يكتب على أحد الأشكال : $4k$ أو $4k + 1$ أو $4k + 2$ أو $4k + 3$ حيث k عدد طبيعي.

$$\text{أي أن: } 3^{4k} \equiv 1[5], \quad 3^{4k+1} \equiv 3[5], \quad 3^{4k+2} \equiv 4[5], \quad 3^{4k+3} \equiv 2[5]$$

(2) تعيين باقي قسمة العدد 2263 على 5 ثم استنتاج باقي قسمة العدد 2263^{2009} على 5

$$2263 \equiv 3[5] \text{ ومنه } 2263^{2009} \equiv 3^{2009}[5] \text{ لكن } 3^{2009} \equiv 3^{4 \times 502 + 1}[5] \text{ ومنه } 2263^{2009} \equiv 3[5]$$

إذن باقي قسمة العدد 2263^{2009} على 5 هو 3

(3) استنتاج أن العدد $4 \times 2263^{2009} + 128$ يقبل القسمة على 5 :

$$4 \times 2263^{2009} + 128 \equiv (2 + 3)[5] \equiv 0[5] \text{ ومنه العدد } 4 \times 2263^{2009} + 128 \text{ يقبل القسمة على 5}$$

حل التمرين الثاني :

$$(1) \text{ أ- بيان صحة المساواة من أجل كل عدد صحيح } n \neq -1 \quad \frac{2n+1}{n+1} = 2 - \frac{1}{n+1}$$

$$\text{من أجل كل عدد صحيح } n \neq -1 : \quad 2 - \frac{1}{n+1} = \frac{2n+1}{n+1}$$

ب- استنتاج قيم n حتى يكون الكسر $\frac{2n+1}{n+1}$ عدد صحيح:

يكون الكسر $\frac{2n+1}{n+1}$ عددا صحيحا إذا كان $\frac{1}{n+1}$ عدد صحيح أي إذا كان $(n+1)$ يقسم العدد 1

يعني $n+1=1$ أو $n+1=-1$ ومنه $n=0$ أو $n=-2$

(2) - تعيين مجموعة القواسم الطبيعية للعدد 12 :

$\{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$ 12 ، $12 = 2^2 \times 3$ مجموعة القواسم هي

- تعيين كل الثنائيات الطبيعية (x, y) التي تحقق المساواة : $x^2 - y^2 = 12$

$$x^2 - y^2 = 12 \text{ تعني } (x - y)(x + y) = 12$$

بما أن x و y عددين طبيعيين فإن $x + y \geq x - y$

$x + y = 6$ و $x - y = 2$ ومنه $x = 4$ و $y = 2$ والثنائية المطلوبة هي $(4; 2)$

حل التمرين الثالث :

باستعمال التحويل $x \rightarrow y$: $y = 5x + 7[28]$

إذن : $a = 5$ و $b = 7$

	أ	ب	ت	ث	ج	ح	خ	د	ذ	ر	ز	س	ش	ص	ض	ط	ظ	ع	غ	ف	ق	ك	ل	م	ن	هـ	و	ي
X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	1	20	2	2	23	24	25	26	27
y	7	1	1	2	2	4	9	1	1	2	1	6	11	16	21	26	3	8	13	1	23	0	5	10	15	20	25	2
التشفير	د	ش	ع	ل	ي	ج	ر	ض	ف	ن	ب	خ	س	ظ	ك	و	ث	ذ	ص	غ	م	ا	ح	ز	ط	ق	هـ	ت

تشفير " ثانوية جمال الدين " هو " ل د ط ه ت ع ي ز د ح د ح ض ت ط "

- فك تشفير الجملة " ش د ر ح ع ه ر غ ت م ه د ر ح ط ي د ج "

هو " بالتوفيق والنجاح "

حل التمرين الرابع

- برهن بالتراجع على أن :

من أجل كل عدد طبيعي n : $1 + 3 + 5 + \dots + (2n + 1) = (n + 1)^2$

نسمي $P(n)$ هذه الخاصية

$$(1) \quad n_0 = 0$$

$$P(0) \text{ محققة لأن } 1 = 1$$

(ب) نفرض أن $P(k)$ صحيحة من أجل كل عدد طبيعي $k \geq 0$

أي من أجل كل عدد طبيعي $k \geq 0$: $1 + 3 + 5 + \dots + (2k + 1) = (k + 1)^2$

ونثبت صحة $P(k + 1)$ صحيحة من أجل كل عدد طبيعي $k \geq 0$

أي أن من أجل كل عدد طبيعي $k \geq 0$: $1 + 3 + 5 + \dots + (2k + 1) + (2k + 3) = (k + 2)^2$

لدينا : $1 + 3 + 5 + \dots + (2k + 1) + (2k + 3) = (k + 1)^2 +$

$$(k + 1)^2 + (2k + 3) = k^2 + 4k + 4 = (k + 2)^2$$

ومنه $P(k + 1)$ صحيحة من أجل كل عدد طبيعي $k \geq 0$

إذن $P(n)$ صحيحة من أجل كل عدد طبيعي n

- استنتج المجموع : $S = 1 + 3 + 5 + \dots + 101$

$$S = 1 + 3 + 5 + \dots + 101 = 1 + 3 + \dots + (2 \times 50 + 1) = (50 + 1)^2 = (51)^2$$