

Producto de potencias de la misma base

Observa: $2^5 \cdot 2^3 = \overset{\substack{\text{5 veces} \\ \boxed{\times} \boxed{\times} \boxed{\times} \boxed{\times} \boxed{\times}}}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} \cdot \overset{\substack{\text{3 veces} \\ \boxed{\times} \boxed{\times} \boxed{\times}}}{2 \cdot 2 \cdot 2} = \overset{\substack{\text{8 veces} \\ \boxed{\times} \boxed{\times} \boxed{\times} \boxed{\times} \boxed{\times} \boxed{\times} \boxed{\times} \boxed{\times}}}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = 2^8 = 2^{5+3}$

Para multiplicar potencias de la misma base se deja la misma base y se suman los exponentes

$$a^m a^n = a^{m+n}$$

Nota : No hay propiedades para la suma o resta de potencias. Por ejemplo:

$$2^3 + 2^2 \neq 2^5 \text{ ya que } 8 + 4 \neq 32$$

$$2^3 - 2^2 \neq 2^1 \text{ ya que } 8 - 4 \neq 2$$

Actividades

El resultado de $2^3 \cdot 2^2$ es a) 2^6 b) 2^1 c) 2^5 d) 6^2

Reduce a una sola potencia:

a) $5^{12} \cdot 5^7 \cdot 5 \cdot 5^4 = 5^{24}$

$7^5 \cdot 7^6 \cdot 7 \cdot 7^2 = 7^{5+6+1+2} = 7^{14}$

$3^7 \cdot 3^4 \cdot 3 \cdot 3^9 = 3^{7+4+1+9} = 3^{21}$

a) $19^7 \cdot 19^9 \cdot 19 \cdot 19^3 =$

d) $10^{25} \cdot 10^{40} \cdot 10 \cdot 10^{10} =$

a) $x^4 \cdot x \cdot x^3$

1) xx^2x^4

a) $b^4 b b^5 b$

División de potencias de la misma base

Observa: $2^7 : 2^4 = \frac{2^7}{2^4} = \frac{\overset{\substack{\text{7 veces} \\ \boxed{\times} \boxed{\times} \boxed{\times} \boxed{\times} \boxed{\times} \boxed{\times} \boxed{\times}}}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}}{\overset{\substack{\text{4 veces} \\ \boxed{\times} \boxed{\times} \boxed{\times} \boxed{\times}}}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}} = \frac{\overset{\substack{\text{4 veces} \\ \boxed{\times} \boxed{\times} \boxed{\times} \boxed{\times}}}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} \cdot \overset{\substack{\text{3 veces} \\ \boxed{\times} \boxed{\times} \boxed{\times}}}{2 \cdot 2 \cdot 2}}{\overset{\substack{\text{4 veces} \\ \boxed{\times} \boxed{\times} \boxed{\times} \boxed{\times}}}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}} = \overset{\substack{\text{3 veces} \\ \boxed{\times} \boxed{\times} \boxed{\times}}}{2 \cdot 2 \cdot 2} = 2^3 = 2^{7-4}$

Observa:

Para dividir potencias de la misma base se deja la misma base y se restan los exponentes

$$a^m : a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Actividades

Para dividir potencias de igual base se ____ los exponentes y se deja la misma base: a) Suman b) Restan c) Dividen d) Multiplican

¿Cuál es la mitad de 2^{2006} ?

Realiza:

$11^{37} : 11^{21} = 11^{37-21} = 11^{16}$

$7^{43} : 7^{12} = 7^{43-12} = 7^{31}$

$$b) 6^{43} : 6^{15} =$$

$$e) 5^{67} : 5^{16} =$$

$$b) 17^{43} : 17^{24} = 17^{19}$$

$$\frac{12^7}{12^5} \rightarrow 12^{7-5} = 12^2 = 144$$

$$\frac{x^{12}}{x^7}$$

$$\frac{m^7}{m^6}$$

$$\frac{a^6}{a^4}$$

$$\frac{y^4}{y^4}$$

$$e) \frac{x^5}{x^2}$$

$$f) \frac{x^6}{x}$$

$$g) \frac{x^4}{x^3}$$

Luisa tiene un terreno de 3^8 m^2 y Pedro otro de 3^4 m^2 . El terreno de Luisa, ¿es el doble de grande que el de Pedro?

Potencias de exponente cero y uno

$$\text{Observa } \left\{ \begin{array}{l} \frac{2^3}{2^3} = 2^{3-3} = 2^0 \\ \frac{2^3}{2^3} = \frac{8}{8} = 1 \end{array} \right. \Rightarrow 2^0 = 1$$

En general, un número elevado a 0 es igual a 1: $\boxed{a^0 = 1}$

$$\text{Observa } \left\{ \begin{array}{l} \frac{2^4}{2^3} = 2^{4-3} = 2^1 \\ \frac{2^4}{2^3} = \frac{16}{8} = 2 \end{array} \right. \Rightarrow 2^1 = 2$$

. En general, un número elevado a 1 es igual a sí mismo: $\boxed{a^1 = a}$

La potencia 0^0 no se puede definir en el campo de los números reales porque $0^0 = 1$ por ser potencia de exponente 0 y $0^0 = 0$ por ser potencia de base 0. Luego, debería ser $0 = 1$.

Actividades

a) ¿Cuánto vale una potencia de exponente cero? $\{ :SA:=1 \}$

$$\frac{y^4}{y^4}$$
[illegible]
$$\boxed{(a^m)^n = a^{mn}}$$
$$(5^9)^7 = 5^{9 \cdot 7} = 5^{63}$$

$$(13^5)^8 = 13^{5 \cdot 8} = 13^{40}$$

c) $(3^8)^7 =$

f) $(12^9)^6 =$

c) $(7^9)^6 = 7^{54}$

$$[(m^5)^2]^3$$

$$(m^5)^3$$

c) $(y^4)^3$

Expresa como potencia de 10 y calcula: $1000^2 = 10^{\square}$

Expresa como potencia de potencia: 2^{15}

e) 25^4

f) 1024^5

g) 27^4

4^5

8^3

16^2

a) 5^{36} y 25^{12} .

b) $3^{18} y 4^9$.

Producto y división de potencias del mismo exponente

Observa: $2^3 \cdot 5^3 = 2.2.2 \cdot 5.5.5 = (2.5).(2.5).(2.5) = (2.5)^3$. $x^2 \cdot y^2 = x.x \cdot y.y = x.y \cdot x.y = (x.y)^2$.

Para multiplicar potencias del mismo exponente se multiplican las bases y se deja el mismo exponente:

$$a^m b^m = (ab)^m$$

Actividades

¿Cuál de las siguientes igualdades no es cierta?

a) $2^3 2^5 2^4 = 2^{12}$.

c) $4^2 5^2 = 20^4$.

Reduce a una sola potencia:

a) $2^{12} \cdot 5^{12} = 10^{12} = 1\ 000\ 000\ 000\ 000$

n) $x^2 \cdot y^2$

ñ) $m^4 \cdot n^4$

a) $b^4 c^4 d^4$

x) $y^3 z^3$

m) $5^5 n^5$

b) $x^5 y^5 = (xy)^{\{SA:=5\}}$

c) $2^{74} \cdot 5^{74} \rightarrow 10^{74}$

h) Indica el nº de ceros que tiene el resultado de la operación $2^{74} \cdot 5^{74}$.

$$\frac{3^4}{5^4} = \frac{\overset{4 \text{ veces}}{\cancel{3} \cancel{3} \cancel{3} \cancel{3}}}{\underset{4 \text{ veces}}{\cancel{5} \cancel{5} \cancel{5} \cancel{5}}} = \frac{\overset{4 \text{ veces}}{3 \ 3 \ 3 \ 3}}{\underset{4 \text{ veces}}{5 \ 5 \ 5 \ 5}} = \left(\frac{3}{5}\right)^4$$

Observa:

Para dividir potencias del mismo exponente se dividen las bases y se deja el mismo exponente:

$$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

Nota: no hay propiedades para que no tengan nada en común, como por ejemplo: $2^3 \cdot 5^2 \neq 10^5$ ya que $8 \cdot 25 \neq 100\ 000$. En estos casos, hay que calcular cada potencia y luego operar.

Actividades

Reduce a una sola potencia:

b) $14^5 : 7^5 = 2^5 = 2.2.2.2.2 = 32$

d) $\frac{15^6}{3^6}$

$(x^4/y^4) = (x/y)^{\{SA:=4\}}$

$$\frac{m^7}{n^7}$$

$$\frac{m^5}{n^5} = \left(\frac{m}{n}\right)^5$$

El cociente de dos números es 7. ¿Cuánto vale el cociente entre los cuadrados de dichos números? ¿Y el cociente entre los cubos?

¿Cuántos cubos de 1 cm de arista caben en un cubo de 1 km de arista?

Potencia de un producto

Observa: $(3.5)^4 = (3.5) \cdot (3.5) \cdot (3.5) \cdot (3.5) = \overset{4 \text{ veces}}{\underset{\text{4 veces}}{3.3.3.3}} \cdot \overset{4 \text{ veces}}{\underset{\text{4 veces}}{5.5.5.5}} = 3^4 5^4$.

Para calcular la potencia de un producto se eleva cada factor al exponente de la potencia:

$$(ab)^m = a^m b^m$$

Actividades

Desarrolla las potencias:

b) $(5ab)^3$

El producto de dos números es 234. ¿Cuánto vale el cuadrado del producto del doble de dichos números?

Si las longitudes de todos los lados de una caja se duplican, ¿cuánto aumenta su volumen?

El área de un cuadrado es 6 cm^2 . ¿Cuál es el área de otro cuadrado cuyo lado es el doble del primero? ¿Y si es el triple?

Uso de las propiedades de las potencias

Actividades resueltas

1) Usa propiedades de las potencias para simplificar:

a) $5^{12} \cdot 5^7 \cdot 5 \cdot 5^4 \rightarrow 5^{24}$

b) $17^{43} : 17^{24} \rightarrow 17^{19}$

c) $(7^9)^6 \rightarrow 7^{54}$

d) $2^{12} \cdot 5^{12} \rightarrow 10^{12} = 1\,000\,000\,000\,000$

e) $14^5 : 7^5 \rightarrow 2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$

e) $x^2 y^2 \rightarrow (xy)^2$

f) $m^5 n^5 \rightarrow (mn)^5$

g) $a^4 b^4 c^4 d^4 \rightarrow (abcd)^4$

$$h) \frac{15^6}{3^6} \rightarrow \left(\frac{15}{3}\right)^6 = 5^6 = 15625 \quad i) \frac{6^7}{(-6)^7} \rightarrow \left(\frac{6}{-6}\right)^7 = (-1)^7 = -1$$

$$j) [(-2)^3 3^3]^2 \rightarrow [(-6)^3]^2 = (-6)^6 = 46656$$

$$k) 5^{35} : (5^4)^7 \cdot 5^{10} \rightarrow 5^{35} : 5^{28} \cdot 5^{10} = 5^7 \cdot 5^{10} = 5^{17}$$

$$l) 2^{17} : (2^3)^5 \cdot 2^{19} \rightarrow 2^{17} : 2^{15} \cdot 2^{19} = 2^2 \cdot 2^{19} = 2^{21}$$

$$m) (3a^4)^2 \cdot (2a^3)^3 \cdot (2a)^5 \rightarrow 3^2 (a^4)^2 2^3 (a^3)^3 2^5 a^5 = 9a^8 8a^9 32a^5 = 9 \cdot 8 \cdot 32 \cdot a^{8+9+5} = 2304a^{22}$$

$$n) \frac{(8x^3)^2}{(2x)^5} \rightarrow \frac{8^2(x^3)^2}{2^5 x^5} = \frac{64x^6}{32x^5} = \frac{64}{32} \frac{x^6}{x^5} = 2x^{6-5} = 2x^1 = 2x$$

$$\tilde{n}) x^{16} y^3 x^5 y^5 x (y^2)^7 \rightarrow x^{16} x^5 x y^3 y^5 y^{14} = x^{16+5+1} y^{3+5+14} = x^{22} y^{22} = (xy)^{22}$$

2) Desarrolla las potencias:

$$a) (5ab)^3 \rightarrow 5^3 a^3 b^3 = 125a^3 b^3 \quad b) (-2x^3)^2 \rightarrow (-2)^2 (x^3)^2 = 4x^6$$

$$c) (-2xy^2z)^5 \rightarrow (-2)^5 x^5 (y^2)^5 z^5 = -32x^5 y^{10} z^5 \quad d) (-5xy^3z)^4 \rightarrow (-5)^4 x^4 y^{12} z^4 = 625x^4 y^{12} z^4$$

Actividades

$$(-3)^2 (-3) (-3)^4 \rightarrow (-3)^{2+1+4} = (-3)^7 = -2187$$

$$(-2)^3 (-2) (-2)^5$$

$$\frac{(-7)^{10}}{(-7)^8}$$

$$[(-2)^2]^3$$

$$\frac{215^{21}}{(-215)^{21}}$$

$$\frac{6^7}{(-6)^7} = \left(\frac{6}{-6}\right)^7 = (-1)^7 = -1$$

Desarrolla las potencias:

c) $(-2x^3)^2$

d) $(-2xy^2z)^5$

$$(-2x^2y)^3 = -8x^6y^3$$

$$(-3x)^2$$

$$(-5xy^3z)^4$$

Expresa como potencia de potencia:

b) $(-15)^{24}$

¿Cuánto vale la raíz cuadrada de -9 ?

Reduce a una sola potencia

Operaciones combinadas usando propiedades de las potencias

$$[(-2)^{25^2}]^2$$

$$3^{72} : (3^4)^5 \cdot 3^{34} =$$

g) $7^{26} : (7^3)^7 \cdot 7^{48} =$

h) $23^{39} : (23^7)^5 \cdot 23^{41} =$

$$(3a^4)^2 \cdot (2a^3)^3 \cdot (2a)^5$$

$$x^{16}y^3x^5y^5x(y^2)^7$$

$$x^6y^3x^2y^2x(y^2)^2$$

$$\frac{(2y)^4}{y^4}$$

$$\frac{(2x)^5}{2^5}$$

$$\frac{(6x^2)^5}{(3y)^5}$$

$$\frac{(6p)^5}{(-3p)^5}$$

$$l) \frac{(4x^3)^2}{(2x)^5}$$

$$m) \frac{(6x)^2 2x^5}{(2x)^3}$$

$$n) \frac{(6x^2)^5}{(3y)^5}$$

$$- \frac{30(ab)^4(abc)^2}{15ab^3c^2}$$

$$b) (3a^4)^2 \cdot (2a^3)^3 \cdot (2a)^5$$

$$c) \frac{(8x^3)^2}{(2x)^5}$$

$$h) \frac{a(a^3)^2 a^5}{a^4 a^7}$$

$$i) \frac{(x^2)^3 x^5}{y^4 y^7}$$

$$- \frac{30(ab)^4(abc)^2}{15ab^3c^2}$$

$$\frac{(x^2)^3 x^5}{y^4 y^7}$$

$$\frac{a(a^3)^2 a^5}{a^4 a^7}$$

$$\frac{(6x)^2 2x^5}{(2x)^3}$$

$$\frac{(x^2)^3 x^5}{y^4 y^7}$$

$$(-3a^4)^2 (2a^{-3})^3 (-2a)^5$$

$$(3a^4)^2 \cdot (2a^3)^3 \cdot (2a)^5$$

$$\frac{(6x^2)^5}{(3y)^5}$$

$$- \frac{15(ab)^4(ab^3c)^2}{30a^5b^8c^2}$$

$$\frac{(4x^3)^2 2x^5}{(2x)^5 (2x)^3 (6x)^2}$$

Halla el valor de x en la igualdad

$$\frac{7^{12} \cdot 7 \cdot 7^6}{7^{15}} = 7^x$$

$$\frac{5^{10} \cdot 5}{(5^3)^4} = 5^x$$

$$[(-5)^3]^x = -125$$

$$\left(\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{2}\right) : \left[\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2\right]$$

Desarrolla la potencia $(-5xy^3z)^4$ **Solución:** $(-5)^4 x^4 y^{12} z^4 = 625x^4 y^{12} z^4$

¿Cuál es el menor número por el que hay que multiplicar $2^5 \cdot 5^2 \cdot 7^4 \cdot 11$ para que el resultado sea un cuadrado perfecto?

¿Cuál es el menor número por el que hay que multiplicar $2^6 \cdot 3^5 \cdot 5^3$ para que el resultado sea un cubo perfecto?

¿Cuántas cifras tiene el número $4^{12} \cdot 5^{21}$?
