

Bài 1. (5 điểm)

1) Chứng minh rằng phương trình $-x = \sqrt[3]{x^2 - 6x + 3}$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt x_1, x_2, x_3 . Tính giá trị của biểu thức

$$T = (x_1^3 + x_1^2 + 9)(x_2^3 + x_2^2 + 9)(x_3^3 + x_3^2 + 9).$$

2) Cho hai hàm số $y = x^3 + x^2 - 3x - 1, y = 2x^3 + 2x^2 - mx + 2$ có đồ thị lần lượt là $(C_1), (C_2)$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt tại ba điểm phân biệt có tung độ là y_1, y_2, y_3 thỏa mãn

$$\frac{1}{y_1 + 4} + \frac{1}{y_2 + 4} + \frac{1}{y_3 + 4} = \frac{2}{3}.$$

Bài 2. (3 điểm) Cho a, b, c là các số thực không âm thỏa mãn $a + b + c \geq abc$. Chứng minh rằng

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq abc$$

Bài 3. (4 điểm) Cho dãy số (x_n) xác định bởi $x_1 = x_2 = 1$ và $x_n \cdot x_{n+2} = x_{n+1}^2 + 3 \cdot (-1)^{n-1}$.

1) Chứng minh rằng mọi số hạng của dãy (x_n) đều là số nguyên.

2) Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_{n+1}}{x_1 + x_2 + \dots + x_n}$.

Bài 4. (4 điểm) Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) có trục tâm H , K là trung điểm BC và G là hình chiếu vuông góc của H trên AK . Lấy D đối xứng G qua BC và I đối xứng C qua D . Tia phân giác $\angle ACB$ cắt AB tại F và tia phân giác $\angle BID$ cắt BD ở M , MF cắt AC tại E .

1) Chứng minh rằng D nằm trên đường tròn (O) .

2) Tiếp tuyến tại A của (O) cắt BC ở X , XE cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác EBM ở điểm thứ hai là Y . Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp tam giác EYD tiếp xúc đường tròn (O) .

Bài 5. (4 điểm) Cho m, n là các số tự nhiên thỏa mãn $4m^3 + m = 12n^3 + n$. Chứng minh rằng $m - n$ là lập phương của một số nguyên.

-----**HẾT**-----

Họ & tên thí sinh: Số báo danh:
.....

Chú ý. Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay!