

PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	-3	$+\infty$	

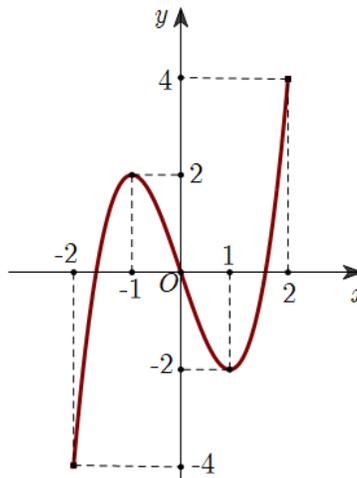
Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(2; +\infty)$ B. $(0; 2)$ C. $(-3; 1)$ D. $(-\infty; 1)$

Câu 2. Hàm số $y = -x^3 + 3x^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 4)$ B. $(-\infty; 0)$ C. $(2; +\infty)$ D. $(0; 2)$

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ sau.



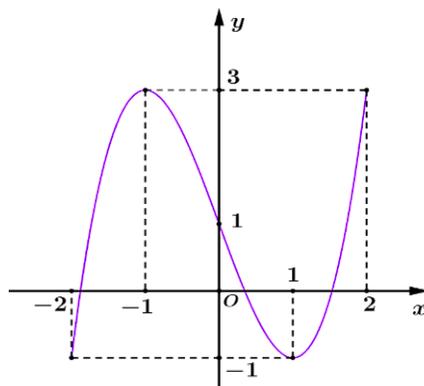
Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A. $x = 1$. B. $x = -2$. C. $M(1; -2)$. D. $M(-2; -4)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = 27x^3 + 108x^2 - 81x + 189$. Điểm cực tiểu của hàm số là.

- A. -3 . B. $\frac{1}{3}$. C. 175. D. 675.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ có đồ thị như hình vẽ



Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 2]$ là

- A. 1. B. -1 . C. -2 . D. 3.

Câu 6. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 - 2x + 3$ trên đoạn $[2; 4]$ là

- A. 3. B. -1 . C. 0. D. 1.

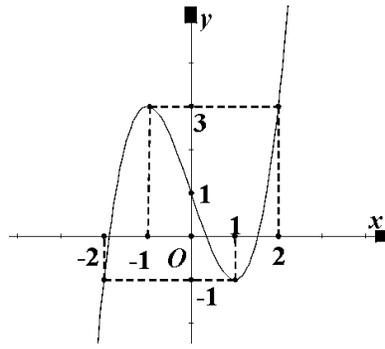
Câu 7. Đồ thị hàm số $y = \frac{1+2x}{x-1}$ có đường tiệm cận ngang là

- A. $x = 1$. B. $y = 1$. C. $x = 2$. D. $y = 2$

Câu 8. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 1}$ là

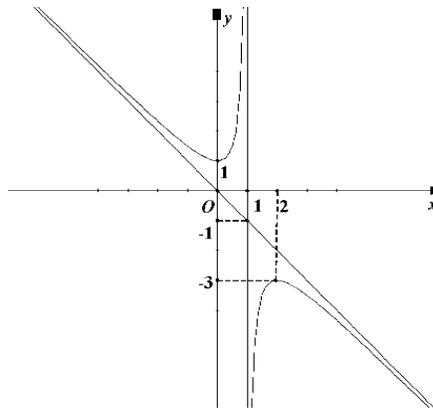
- A. $y = x - 3$. B. $y = x + 1$. C. $y = -3x + 1$. D. $x = -3y + 1$.

Câu 9. Đường cong cho trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



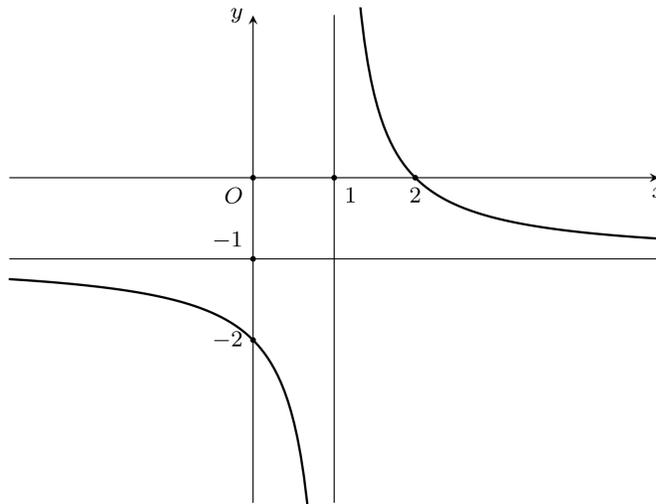
- A. $y = -x^3 + 2x - 1$. B. $y = -x^3 + 3x + 1$. C. $y = 2x^3 - 6x + 1$. D. $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 10. Đường cong cho trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



- A. $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x + 1}$. B. $y = \frac{-x^2 + x + 2}{x - 1}$. C. $y = \frac{x^2 - x + 1}{-x + 1}$. D. $y = \frac{-x^2 - x + 1}{x - 1}$.

Câu 11. Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{cx - 1}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Trong các hệ số a , b , c có bao nhiêu số dương?



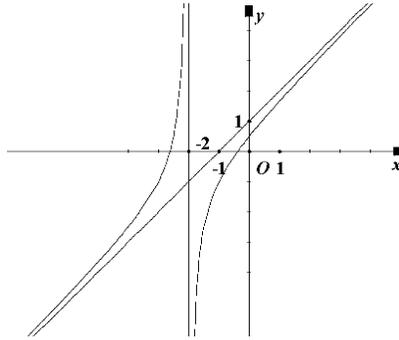
A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Câu 12. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + 1}{cx + 2}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tính giá trị biểu thức: $T = 2a + 3b - c$.



A. 9.

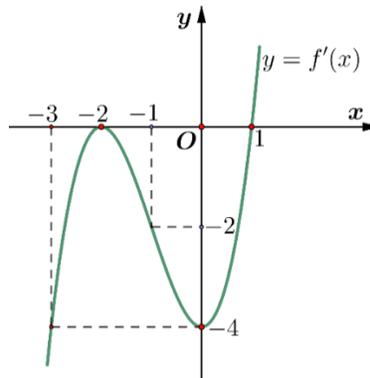
B. 10.

C. 8.

D. 11.

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên R và hàm số $y = f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



- a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
- b) Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.
- c) $f'(-1) = -2$.
- d) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = 1$.

Câu 2. Hàm số $y = h(x) = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$				
y'		+	0	-	-	0	+		
y			1		$+\infty$		5		$+\infty$
		$-\infty$		$-\infty$					

- a) Giá trị lớn nhất của hàm số $h(x)$ trên đoạn $[-2; \frac{3}{2}]$ là 1 .
- b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $h(x)$ trên đoạn $[3; 5]$ là 5 .
- c) Giá trị lớn nhất của hàm số $h(x)$ trên tập xác định là 10 .
- d) Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $h(x)$ trên đoạn $[-\frac{5}{2}; \frac{3}{2}]$ lần lượt là a, b. Khi đó giá trị của $27a - b$ bằng 13 .

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{2x^2 - 6x + 2}{x + 3}$ (C)

- a) Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $y = -3$.
- b) Đồ thị hàm số (C) có đường tiệm cận xiên là đường thẳng $y = 2x - 5$.
- c) Điểm $M(1; -10)$ thuộc đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số (C) .
- d) Điểm $I(a; b)$ là tâm đối xứng của đồ thị hàm số (C) . Khi đó $6a - b = 0$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên R và có bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
y'		+	0	-	+
y			5		6
	2			-1	

- a) Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số có bảng biến thiên như trên tại điểm $M(1; 5)$ là: $y = 5$.
- b) Đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.
- c) Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 6 và giá trị nhỏ nhất bằng -1 .
- d) Hàm số đã cho có đúng hai cực trị.

PHẦN III. CÂU TRẢ LỜI NGẮN. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

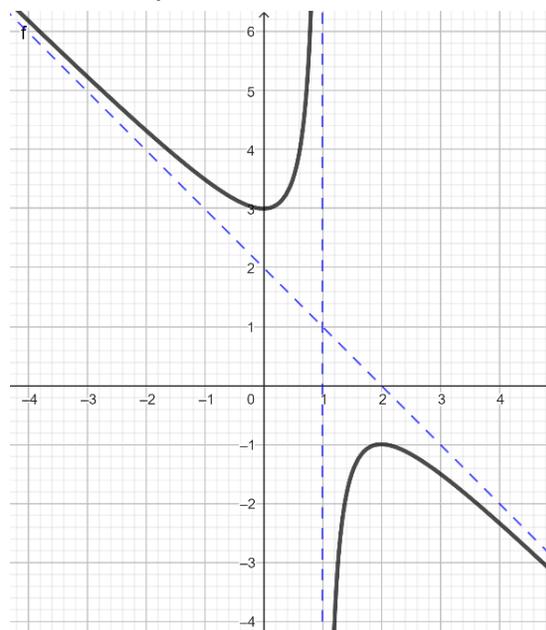
Câu 1. Một nhà phân tích thị trường làm việc cho một công ty sản xuất thiết bị gia dụng nhận thấy rằng nếu công ty sản xuất và bán x chiếc máy xay sinh tố hằng tháng thì lợi nhuận thu được (nghìn đồng) là

$P(x) = -0,3x^3 + 36x^2 + 1800x - 48000$. Lợi nhuận lớn nhất mà công ty có thể thu được khi sản xuất đúng bao nhiêu chiếc máy xay sinh tố mỗi tháng.

Câu 2. Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích bằng $900 m^2$. Biết chiều dài của mảnh vườn là $x (m)$. Gọi biểu thức tính chu vi của mảnh vườn là $P(x)$ (mét). Biết rằng phương trình tiệm cận xiên của đồ thị hàm số

$P(x)$ là $y = ax + b$. Tính giá trị biểu thức $T = 10^a + b$

Câu 3. Cho hàm số hữu tỉ $y = ax + 2 + \frac{b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên dưới. Tính $P = a + b + c$.

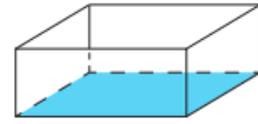
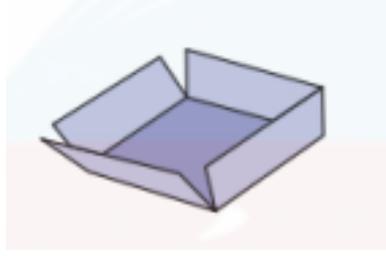


Câu 4. Sau khi phát hiện một dịch bệnh, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày phát hiện

bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = -t^3 + 45t^2 + 600t$, $t \in \mathbb{N}$, $t \leq 30$. Nếu coi $f(t)$ là hàm số xác

định trên đoạn $[0; 30]$ thì $f'(t)$ được xem là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t . Trong 30 ngày đầu tiên, có bao nhiêu ngày mà tốc độ truyền bệnh lớn hơn 1200?

Câu 5. Trong một trò chơi, mỗi đội chơi được phát một tấm bìa hình chữ nhật kích thước 21 cm, 29,5 cm. Nhiệm vụ của mỗi đội là cắt ở bốn góc của tấm bìa này bốn hình vuông bằng nhau, rồi gấp tấm bìa lại và dán keo để được một cái hộp không nắp có dạng hình hộp chữ nhật như hình vẽ.



Đội nào thiết kế được chiếc hộp có thể tích lớn nhất sẽ dành chiến thắng. Hãy xác định cạnh của hình vuông bị cắt để thu được hộp có thể tích lớn nhất. (Coi mép dán không đáng kể, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 6. Dân số của một quốc gia sau t (năm) kể từ năm 2023 được ước tính bởi công thức $N(t) = 100e^{0,012t}$ ($N(t)$

được tính bằng triệu người ($0 \leq t \leq 50$). Đạo hàm của hàm số $N(t)$ biểu thị tốc độ tăng dân số của quốc gia đó (tính bằng triệu người/năm). Vào năm nào tốc độ tăng dân số của quốc gia đó là 1,6 triệu người/năm

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
B	D	C	B	B	A	D	A	D	C	B	B

Câu 1. [1]: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		1		-3		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(2; +\infty)$. B. $(0; 2)$. C. $(-3; 1)$. D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số, ta có hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$. **Chọn B**

Câu 2. [2]: Hàm số $y = -x^3 + 3x^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

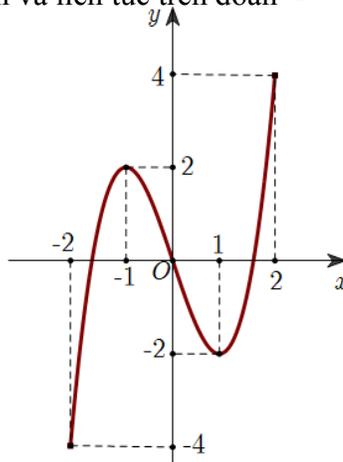
- A. $(0; 4)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(0; 2)$.

Lời giải

Ta có:
$$y' = -3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Hàm số đồng biến khi $y' > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$. **Chọn D**

Câu 3. [1]: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ sau.



Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A. $x = 1$. B. $x = -2$. C. $M(1; -2)$. D. $M(-2; -4)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là $M(1; -2)$. **Chọn C**

Câu 4. [2]: Cho hàm số $y = 27x^3 + 108x^2 - 81x + 189$. Điểm cực tiểu của hàm số là.

- A. -3 . B. $\frac{1}{3}$. C. 175 . D. 675 .

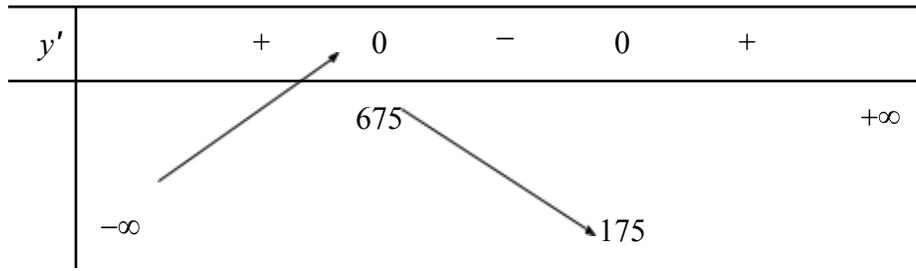
Lời giải

Ta có: $y' = 81x^2 + 216x - 81$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ x = -3 \end{cases}$$

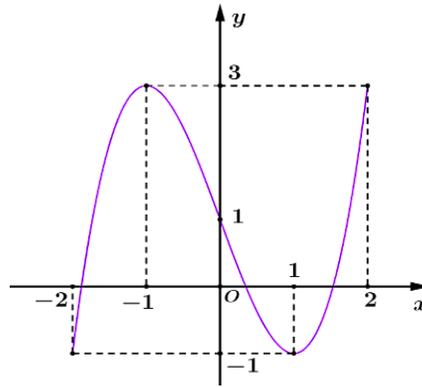
Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-3	$\frac{1}{3}$	$+\infty$



Vậy điểm cực tiểu của hàm số là: $x_{CT} = \frac{1}{3}$. **Chọn B**

Câu 5 [1]: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ có đồ thị như hình vẽ



Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 2]$ là

- A.** 1. **B.** -1. **C.** -2. **D.** 3.

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy $\min_{[-2; 2]} f(x) = f(1) = -1$. **Chọn B**

.Câu 6 [2]: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 - 2x + 3$ trên đoạn $[2; 4]$ là

- A.** 3. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

$$y' = (x^2 - 2x + 3)' = 2x - 2$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \notin [2; 4]$$

Ta có $y(2) = 3; y(4) = 11$

Vậy $\min_{[2; 4]} y = y(2) = 3$. **Chọn A**

.Câu 7 [1] Đồ thị hàm số $y = \frac{1+2x}{x-1}$ có đường tiệm cận ngang là

A. $x=1$.

B. $y=1$.

C. $x=2$.

D. $y=2$.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1+2x}{x-1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x+1}{x-1} = 2$.

Nên $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số. **Chọn D**

Câu 8 [2] Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x+1}$ là

A. $y = x - 3$.

B. $y = x + 1$.

C. $y = -3x + 1$.

D. $x = -3y + 1$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Phương trình đường tiệm cận xiên có dạng: $y = ax + b$.

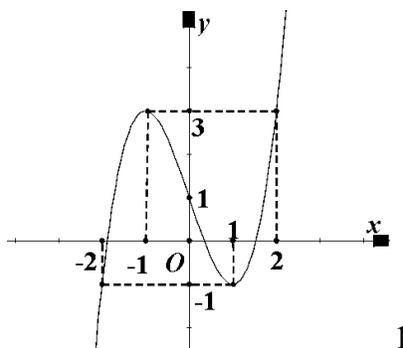
Trong đó, $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 + x} = 1$;

$$b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - ax] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - 2x + 3}{x+1} - x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x + 3}{x+1} = -3$$

Ta cũng có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] = -3$.

Do đó, đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x - 3$. **Chọn A**

Câu 9 [2] Đường cong cho trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A. $y = -x^3 + 2x - 1$.

B. $y = -x^3 + 3x + 1$.

C. $y = 2x^3 - 6x + 1$.

D. $y = x^3 - 3x + 1$.

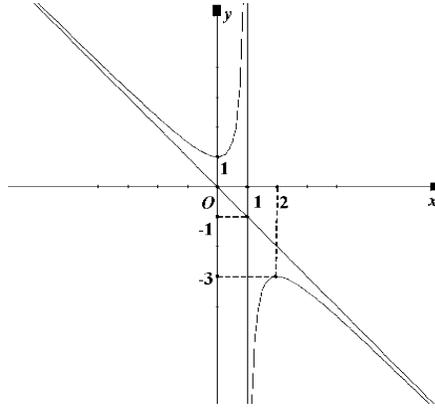
Lời giải

Giả sử đường cong hình bên là đồ thị của hàm số: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$).

Từ đồ thị hàm số ta thấy $a > 0$ nên loại A và B.

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị: $(-1; 3)$ và $(1; -1)$ nên **Chọn D**

Câu 10 [2] Đường cong cho trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A. $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x + 1}$

B. $y = \frac{-x^2 + x + 2}{x - 1}$

C. $y = \frac{x^2 - x + 1}{-x + 1}$

D. $y = \frac{-x^2 - x + 1}{x - 1}$

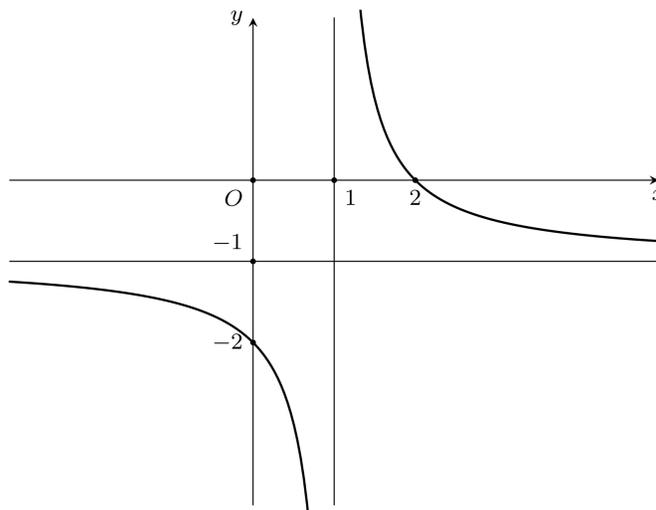
Lời giải

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$ nên loại A.

Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên $y = -x$ nên loại B, D.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(2; -3)$. **Chọn C**

Câu 11 [2] Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{cx - 1}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Trong các hệ số a , b , c có bao nhiêu số dương?



A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Tiệm cận đứng: $x = \frac{1}{c} = 1 \Leftrightarrow c = 1$

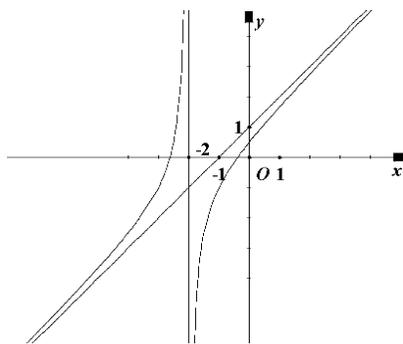
Tiệm cận ngang: $y = \frac{a}{c} = -1 \Leftrightarrow a = -c \Rightarrow a = -1$

Đồ thị cắt trục hoành tại $x = 2$ nên $2a + b = 0$ hay $b = -2a = 2$.

Vậy có hai số dương. **Chọn B**

Câu 12. [3] Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + 1}{cx + 2}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tính giá trị biểu thức:

$$T = 2a + 3b - c$$



A. 9.

B. 10.

C. 8.

D. 11.

Lời giải

Đồ thị có tiệm cận đứng $x = -2$.

Suy ra $-\frac{2}{c} = -2 \Leftrightarrow c = 1$.

Đồ thị có tiệm cận xiên đi qua hai điểm: $(0;1)$ và $(-1;0)$ nên có phương trình:

$$\frac{x}{-1} + \frac{y}{1} = 1 \Leftrightarrow y = x + 1$$

Khi đó ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^2 + bx + 1}{x(x+2)} = 1 \Leftrightarrow a = 1; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + bx + 1}{x+2} - x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(b-2)x + 1}{x+2} = b - 2 = 1 \Leftrightarrow b = 3$$

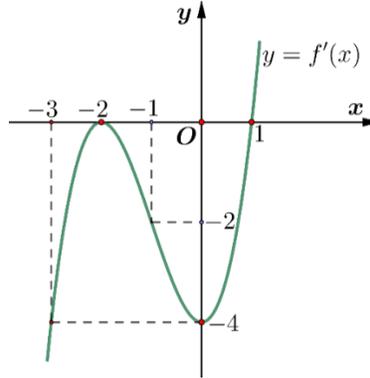
Vậy: $T = 2a + 3b - c = 2 + 9 - 1 = 10$. **Chọn B**

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI.

Câu	1	2	3	4
a)	S	Đ	S	Đ

b)	S	Đ	S	S
c)	Đ	S	Đ	S
d)	S	S	Đ	Đ

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên R và hàm số $y = f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Xét tính đúng hoặc sai của các mệnh đề sau:

- a) [Mức độ 1] Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
- b) [Mức độ 1] Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.
- c) [Mức độ 1] $f'(-1) = -2$.
- d) [Mức độ 2] Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = 1$.

Lời giải

- a) Sai. Vì từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $f'(x) \geq 0$ với $\forall x \geq 1$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
- b) Sai. Vì từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ chỉ đổi dấu một lần qua $x = 1$ nên hàm số có một điểm cực trị.
- c) Đúng. Vì từ đồ thị ta có hàm số $f'(x)$ ta có $f'(-1) = -2$.
- d) Sai. Từ đồ thị ta có hàm số $f'(x)$ ta có hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$.

Câu 2. Hàm số $y = h(x) = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$	
y'	+	0	-	-	0	+
y	$-\infty$	1	$-\infty$	$+\infty$	5	$+\infty$

- a) [Mức độ 1] Giá trị lớn nhất của hàm số $h(x)$ trên đoạn $[-2; \frac{3}{2}]$ là 1.
- b) [Mức độ 1] Giá trị nhỏ nhất của hàm số $h(x)$ trên đoạn $[3; 5]$ là 5.
- c) [Mức độ 1] Giá trị lớn nhất của hàm số $h(x)$ trên tập xác định là 10.
- d) [Mức độ 3] Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $h(x)$ trên đoạn $[-\frac{5}{2}; \frac{3}{2}]$ lần lượt là a, b.
 Khi đó giá trị của $27a - b$ bằng 13.

Lời giải

- a) Đúng. Vì từ bảng biến thiên, trên đoạn $[-2; \frac{3}{2}]$ đồ thị hàm số đạt cực đại tại $x=1$ nên giá trị lớn nhất bằng giá trị cực đại.
- b) Đúng. Vì từ bảng biến thiên, trên đoạn $[3; 5]$ hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=3$ nên giá trị nhỏ nhất là 5.
- c) Sai. Vì trên tập xác định hàm số không tồn tại giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.

- d) Sai. Vì trên đoạn $[-\frac{5}{2}; \frac{3}{2}]$, hàm số có giá trị lớn nhất là $1 = a$; giá trị nhỏ nhất là $-\frac{31}{18} = b$
 nên $27a - b = 27 \cdot 1 - (-\frac{31}{18}) = \frac{517}{18}$

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{2x^2 - 6x + 2}{x + 3}$ (C)

- a) [Mức độ 1] Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $y = -3$.
- b) [Mức độ 2] Đồ thị hàm số (C) có đường tiệm cận xiên là đường thẳng $y = 2x - 5$.
- c) [Mức độ 2] Điểm $M(1; -10)$ thuộc đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số (C).
- d) [Mức độ 3] Điểm $I(a; b)$ là tâm đối xứng của đồ thị hàm số (C). Khi đó $6a - b = 0$

Lời giải

a) Sai. Vì đồ thị hàm số (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -3$.

b) Sai. Vì $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 2$; $b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - 2x] = -12$

nên (C) có đường tiệm cận xiên là đường thẳng $y = 2x - 12$.

c) Đúng. Vì tọa độ điểm $M(1; -10)$ thỏa mãn phương trình đường tiệm cận xiên là đường thẳng $y = 2x - 12$.

d) Đúng. Vì tâm đối xứng của đồ thị hàm số là giao điểm của hai đường tiệm cận: $I(-3; -18)$
nên $a = -3; b = -18 \Rightarrow 6a - b = 6(-3) - (-18) = 0$

Câu 4. : Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		+	0	-		+	
y	2		5		-1		6

a) [Mức độ 3] Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số đã cho tại điểm $M(1;5)$ là: $y = 5$.

b) [Mức độ 2] Đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

c) [Mức độ 1] Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 6 và giá trị nhỏ nhất bằng -1.

d) [Mức độ 1] Hàm số đã cho có đúng hai cực trị.

Lời giải

a) Đúng (có thể dùng bảng biến thiên hoặc công thức tiếp tuyến)

b) Sai vì chỉ cắt tại 2 điểm phân biệt.

c) Sai vì không có giá trị lớn nhất là 6 khi x tiến đến dương vô cùng.

d) Đúng (dựa vào BBT)

PHẦN III. CÂU TRẢ LỜI NGẮN.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	100	100	-3	1200	4,03	2046

Câu 1. [MĐ3] Một nhà phân tích thị trường làm việc cho một công ty sản xuất thiết bị gia dụng nhận thấy rằng nếu công ty sản xuất và bán x chiếc máy xay sinh tố hàng tháng thì lợi nhuận thu được (nghìn đồng) là

$P(x) = -0,3x^3 + 36x^2 + 1800x - 48000$. Lợi nhuận lớn nhất mà công ty có thể thu được khi sản xuất đúng bao nhiêu chiếc máy xay sinh tố mỗi tháng.

Lời giải

Xét hàm số $y = P(x) = -0,3x^3 + 36x^2 + 1800x - 48000, x \geq 0$.

Ta có: $y' = P'(x) = -0,9x^2 + 72x + 1800; y' = 0 \Leftrightarrow x = 100$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} P(x) = -\infty$$

Bảng biến thiên:

x	0	100	$+\infty$
$P'(x)$		+	0
$P(x)$			-
	-48 000	192 000	$-\infty$

Do đó hàm số đồng biến trên nửa khoảng $[0;100)$ và nghịch biến trên khoảng $(100;+\infty)$.

Tại $x = 100$, hàm số đạt cực đại và $y_{CD} = y(100) = 192000$.

Vậy, lợi nhuận lớn nhất mà công ty có thể thu được là $y_{c\text{Đ}} = y(100) = 192000$ (nghìn đồng), tức là 192 triệu đồng, đạt được khi sản xuất đúng 100 chiếc máy xay sinh tố mỗi tháng.

Câu 2. [MĐ3] Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích bằng 900 m^2 . Biết chiều dài của mảnh vườn là $x \text{ (m)}$. Gọi biểu thức tính chu vi của mảnh vườn là $P(x)$ (mét). Biết rằng phương trình tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $P(x)$ là $y = ax + b$. Tính giá trị biểu thức $T = 10^a + b$

Lời giải

Ta có độ dài một cạnh của mảnh vườn là $x \text{ (m)}$ nên độ dài cạnh còn lại của mảnh vườn là $\frac{900}{x} \text{ (m)}$.

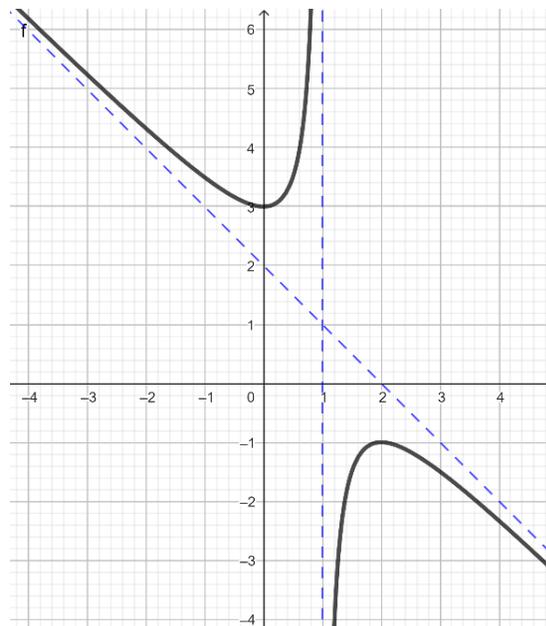
Ta có $x \geq \frac{900}{x}$. Suy ra, $x \geq 30$.

Ta có $P(x) = 2\left(x + \frac{900}{x}\right) = 2x + \frac{1800}{x}$.

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} [P(x) - 2x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1800}{x} = 0$ nên đồ thị hàm số $P(x)$ có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = 2x$.

Suy ra $a = 2, b = 0$. Do vậy, $T = 100$.

Câu 3 [MĐ3] Cho hàm số hữu tỉ $y = ax + 2 + \frac{b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên dưới. Tính $P = a + b + c$.



Lời giải

Ta có: $y = ax + 2 + \frac{b}{x+c}$.

- Nên đồ thị của hàm số có đường tiệm cận xiên là $y = ax + 2$, mà như hình vẽ đường tiệm cận xiên đi qua điểm $(1;1)$ suy ra $1 = a.1 + 2 \Leftrightarrow a = -1$.

- Đồ thị của hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$ nên $1 + c = 0 \Leftrightarrow c = -1$.

Khi đó hàm số đã cho có dạng $y = -x + 2 + \frac{b}{x-1}$.

- Mặt khác đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;3)$ nên $-0 + 2 + \frac{b}{0-1} = 3 \Leftrightarrow 2 - b = 3 \Leftrightarrow b = -1$.

vậy $P = a + b + c = -1 + (-1) + (-1) = -3$.

Câu 4. [MĐ3] Sau khi phát hiện một dịch bệnh, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày phát hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = -t^3 + 45t^2 + 600t$, $t \in \mathbb{N}$, $t \leq 30$. Nếu coi $f(t)$ là hàm số xác định trên đoạn $[0;30]$ thì $f'(t)$ được xem là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t . Trong 30 ngày đầu tiên, có bao nhiêu ngày mà tốc độ truyền bệnh lớn hơn 1200?

Lời giải

Đáp số: 9.

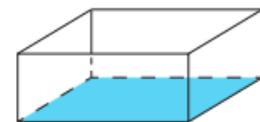
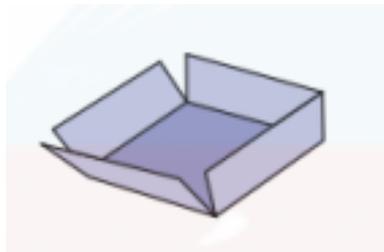
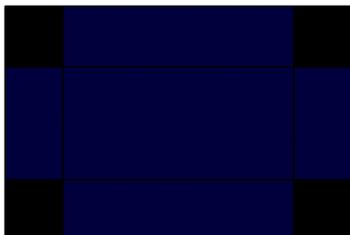
Ta có $f(t) = -t^3 + 45t^2 + 600t \Rightarrow f'(t) = -3t^2 + 90t + 600$.

Tốc độ truyền bệnh lớn hơn 1200 nên

$$f'(t) > 1200 \Leftrightarrow -3t^2 + 90t + 600 > 1200 \Leftrightarrow -3t^2 + 90t - 600 > 0 \Leftrightarrow 10 < t < 20$$

Vậy có 9 ngày tốc độ truyền bệnh lớn hơn 1200.

Câu 5. [MĐ3] Trong một trò chơi, mỗi đội chơi được phát một tấm bìa hình chữ nhật kích thước 21 cm, 29,5 cm. Nhiệm vụ của mỗi đội là cắt ở bốn góc của tấm bìa này bốn hình vuông bằng nhau, rồi gập tấm bìa lại và dán keo để được một cái hộp không nắp có dạng hình hộp chữ nhật như hình vẽ.



Đội nào thiết kế được chiếc hộp có thể tích lớn nhất sẽ dành chiến thắng. Hãy xác định cạnh của hình vuông bị cắt để thu được hộp có thể tích lớn nhất. (Coi mép dán không đáng kể, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Gọi cạnh của hình vuông bị cắt ở bốn góc là: x .

Điều kiện: $0 < 2x < 21 \Leftrightarrow 0 < x < 10,5$, đơn vị cm .

Ta có kích thước của khối hộp chữ nhật là: $x, 21-2x; 29, 5-2x$.

Thể tích của khối hộp là: $V = (21-2x) \cdot (29,5-2x) \cdot x = 619,5x - 101x^2 + 4x^3 = f(x)$.

Thể tích khối hộp lớn nhất khi hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất.

$$f'(x) = 12x^2 - 202x + 619,5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 \approx 12,80 \\ x_1 \approx 4,03 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	x_1	10,5	x_2	$+\infty$		
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		$f(x_1)$		$f(x_2)$		$+\infty$

Suy ra $\max_{(0;10,5)} f(x) = f(x_1)$.

Vậy cạnh của hình vuông xấp xỉ $4,03 \text{ cm}$.

Câu 6. [MĐ3] Dân số của một quốc gia sau t (năm) kể từ năm 2023 được ước tính bởi công thức

$$N(t) = 100e^{0,012t} \quad (N(t) \text{ tính bằng triệu người})$$

$(0 \leq t \leq 50)$. Đạo hàm của hàm số $N(t)$ biểu thị tốc độ tăng dân số của quốc gia đó (tính bằng triệu người/năm). Vào năm nào tốc độ tăng dân số của quốc gia đó là 1,6 triệu người/năm?

Lời giải

Ta có $N'(t) = 100 \cdot 0,012 \cdot e^{0,012t} = 1,2 \cdot e^{0,012t} > 0$ với mọi $t \in [0; 50]$.

Do đó hàm số $N(t)$ luôn đồng biến trên đoạn $[0; 50]$.

Theo đề có: $1,2 \cdot e^{0,012t} = 1,6 \Leftrightarrow e^{0,012t} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow t = \frac{\ln \frac{4}{3}}{0,012} \approx 23,97$ năm.

Vậy vào năm 2046 tốc độ tăng dân số của quốc gia đó là 1,6 triệu người/năm.