

1. Pri lineárnej kombinácii vektorov je poznámka, že súčet je definovaný len pre konečný počet vektorov priestoru V . Prečo to je pri lineárnom obale inak?

Ono to není jinak. Lineární obal posloupnosti vektorů je tvořen lineárními kombinacemi **konečných** podposloupností, a to i když sama posloupnost je nekonečná. Nekonečné součty totiž neumíme dobře definovat, aniž bychom museli zavádět mnoho pojmů z pokročilé matematické analýzy.

2. O akej inklúzii sa hovorí v Pozorovaní 5.20.a v príklad 5.22. ?

Pokud dokazujete rovnost dvou množin, dokazujete, že první je podmnožinou druhé a druhá je podmnožinou první. "Býti podmnožinou" se také řekne "býti v inkluzi". Dokazujeme tedy dvě inkluze.

3. Prečo je stĺpcový priestor matice A podprieštorm T^m ?

Sloupec matice $m \times n$ je uspořádaná m -tice čísel.

Čo to znamená, že axiom $vN1$ iba pripomína asociativitu násobenia? Obdobne ma zaujíma ako to je s axiomami $vN2$, $vD1$ a $vD2$?

Axiom $vN1$ se týká dvou operací násobení - jednak násobení v tělese, jednak násobení vektoru prvkem z tělesa. Vyjadřuje vztah mezi těmito operacemi. Podobně i ty další axiomy.

Dobrý den,

Prosím Vás, jaké je praktické použití prostorů funkcí?

Veškerá moderní (=méně než 100 let stará) matematická analýza je založena na prostorech funkcí.

Funkcionální analýza, diferenciální rovnice, návazné aplikace v analýze signálu, matematické fyzice, atd.

Kvantová teorie je celá formulována pomocí prostorů funkcí, a bez kvantové teorie by nebyl ani ten počítač, pomocí nějž si teď píšeme.

Děkuji

Dobrý deň,

Celkom som neporozumel, čím sú aritmetické vektorové priestory špeciálne (iné od vektorových priestorov ako takých).

Vektorový prostor je struktura splňující axiomy definice 5.1. Jedním z příkladů je aritmetický vektorový prostor (tj. T^n), ale existuje mnoho dalších vektorových prostorů, které nejsou aritmetické.

Ďakujem

dobry den,

v skriptech mi dela problem pochopit priklad 5.3, co myslite tim ze se linearni prostor chova "v podstate" jako aritmeticky vektorovy prostor?

Máte aktuální verzi skript? Nemohu tam podobnou formulaci najít.

dekuji

Dobrý den, co přesně v příkladu 5.15 znamená to, že $p(5) = 0$?

Znamená to, že hodnota polynomu $p(x)$ v bodě 5 je 0, neboli že 5 je kořenem polynomu $p(x)$.

Dobrý deň, nepochopila som čo presne znamená vyjadrenie "v podstate totéž co R^2 " na strane 137. Čo nám chýba k tomu aby to bolo "úplne totéž"?

Je to na strane 139, nemáte starou verzi skript? R^2 je množina všech uspořádaných dvojic reálných čísel.

Množina řešení rovnice $2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 0$ je podmnožina množiny všech uspořádaných trojic reálných čísel. Není to tedy totéž.

Dobrý deň, neriešiteľnosť rovníc 5. stupňa sa už viackrát spomínala. Kedy sa k nej dostaneme?

Ve druhém ročníku. Ale můžete se do toho pustit i sami, není to nic tak těžkého na pochopení.

Příklad 5.6 mi nie je jasný. Je napísané, že komplexné číslo $a + bi$ sa správa rovnako ako dvojica $(a, b)^T$, čiže C je R^2 . Prečo je tam uvedené, že zabúdame na násobenie v C ? Veď súčin dvoch komplexných čísel je buď číslo komplexné, alebo reálne (ak $b=0$), takže ostávame v R^2 .

Ano, množinu C je možné chápat jako vektorový prostor nad R , nebo jako vektorový prostor nad C . V prvním případě se bude chovat jako množina dvojic reálných čísel, čili rovina. Ve druhém se bude chovat jako přímka, protože každý vektor bude násobkem libovolného jiného nenulového vektoru.

Ďakujem za odpoveď.

Dobrý den, rád bych se ujistil, že to chápu správně. Pokud mám tedy aritmetický vektorový prostor nad R dimenze 1, je to právě R ? A podobně dimenze 2 je R^2 ?

Ano, i když pojem dimenze jsme zatím formálně nezaváděli.

A poté by mě zajímalo, jestli vektor (např.) $(1,1)$ a vektor $(-1,-1)$ se počítá jako jeden vektor (jen vynásobený skalárem), nebo jsou to dva vektory. Protože pokud je to jen jeden, pak by i vektory (např.) $(2,2)$, $(-3,-3)$ byly zbytečné. V takovém případě by stačila kružnice složená z vektorů kolem počátku a všechny vektory by byly jen násobky vektorů dané kružnice. Což je zajímavý pohled, ale asi trochu nepraktický, takže na druhou otázku jsem si asi odpověděl sám, děkuji. :)

Je to tak, ve vektorovém prostoru R^2 není důvod vektory $(1,1)$ a např. $(-1,-1)$ ztotožňovat. Existuje ovšem velmi užitečný pojem projektivního prostoru, který je právě na myšlence ztotožnění násobků založen. Podotýkám, že kružnice je pořád ještě příliš, protože ztotožňujete i dvojice vektorů, které jsou na ní souměrné podle středu.

Dobry vecer,

daju sa najst aj take matice A a AR ktore maju rovnake jadro ale matica R nie je regularná ?

Jistě dá, zkuste to. Triviálně bude fungovat $A=0$, ale určitě vymyslíte lepší příklad.

Existuje vektorový součin i u (jiného) většího prostoru než je R^3 ?

Existuje zobecnění zvané vnější součin, ale není to už binární operace. V R^n potřebujete $n-1$ vektorů.

Chtěl bych se zeptat, proč není definováno u operace násobení ($vN1$) přehození pořadí prvků (tzn: v (z prostoru) $\cdot x$ (z tělesa)) budeme si to ukazovat na přednášce?

Je to jen notační konvence.

Jak jsme v kapitole 5.2.7 došli k tomu, že jádro matice A je podprostor R^n rovný $\text{LO}\{v:p \text{ náleží } P\}$?
Děkuji za odpověď.

Je to jen zkrácený předpis formulace o pět řádků výše.

Jak v příkladu 5.6 vím, že množina všech podmnožin X je vektorový prostor nad Z_2 ?

Musíte ověřit axiomy.

Je každý vektorový podprostor U vektorového prostoru V také vektorovým prostorem?

Ano.

Je každý vektorový prostor nad nekonečným tělesem nekonečný?

Ne, triviální podprostor obsahující pouze nulový vektor je konečný. Každý jiný obsahuje s každým nenulovým vektorem i všechny jeho násobky prvkem z tělesa, tedy pro nekonečná tělesa nutně i nekonečné podmnožiny.

Je každý podprostor takového prostoru také nekonečný?

Každý vyjma nulového.

Je nějaký speciální důvod, proč lineární kombinace není definovaná pro nekonečný počet vektorů?

Definovat nekonečný součet znamená zabývat se otázkami konvergence a tedy i zavést na vektorovém prostoru pojem vzdálenosti. To je poměrně snadné pro R^n , ale komplikované pro prostory funkcí.

Je obal tedy nějaký prostor, který je ohraničen vektory (lineárními kombinacemi) daného prostoru? Tedy jakási plocha (prostor) vymešená hroty šipek (vektory)?

Zhruba ano, ale nepředstavujte si "úhel" mezi šípkami, ale celou "rovinu" obsahující šípky.

Jsou elementární sloupcové úpravy elementární sloupcové úpravy transponované matice, když se to pak ještě transponuje zpátky?

Jistě, tak je to myšleno. Elementární sloupcová úprava matice A se realizuje jako $(A^T E)^T$

Když LO prázdné množiny je triviální prostor tvořený nulovým vektorem, znamená to, že je stejný jako LO množiny s nulovým vektorem? Nejsem si jist, protože LO množiny s nulovým vektorem je triviální prostor

tvořený tímto nulovým vektorem, který má daný počet složek, ale u LO prázdné množiny, což je triviální prostor tvořený nulovým vektorem, počet složek u tohoto nulového vektoru neznáme. Ale nevím, jestli to není jedno, když se jedná o nulový vektor. Děkuji za odpověď. LO prázdné množiny definujeme jako triviální podprostor tvořený nulovým vektorem proto, aby každý LO byl vždy podprostor. Ačkoli prázdná množina je podmnožinou jakékoli množiny, pojem lineárního obalu je vztažen ke konkrétnímu vektorovému prostoru, v němž a pomocí jehož operací děláme lineární kombinace. LO prázdné množiny tedy není nějaká univerzální nula, ale (množina obsahující) nulový vektor v daném vektorovém prostoru, o němž je řeč.
Když se, hned v odstavci (5.1), píše, že operace "$a \cdot v$" (skalár krát vektor) není definováno, platí tedy, že "av" definováno je? Nebo se jedná jen o zavedenou konvenci, která se snaží vyhnout přímému konfliktu s definicí? Nevím, kde se tam něco takového píše. Vidím jen, že pod definicí 5.1 jsou zavedeny výrazy $a \cdot v$ a av.
Když V je vektorový prostor nad T a U je vektorovým podprostorem V nad T, platí, že U je vektorovým prostorem sám o sobě (bez ohledu na vektorový prostor V)? Ano.
Lze z věty ve skriptech: "Násobení maticí R zleva obecně mění $\text{Im } A$" vyvodit toto: násobení zprava mění $\text{Im } A^T$, čili řádkový prostor? Ano.
Mají prostory nad konečnými tělesy nějaký zajímavý (např. geometrický) význam? V oddílu 5.8 najdete jeden z takových významů, při konstrukci samoopravných kódů.
Mohlo by se stát, že existuje podmnožina V, která obsahuje nulový prvek, ale není podprostorem V? Ano, třeba polopřímka $\langle 0 \rangle$, nekonečno) v prostoru $V = \mathbb{R}$. Ve skriptech jsou podrobně diskutovány podprostory $\mathbb{R}^2$ (triviální podprostory a přímky) a $\mathbb{R}^3$ (triviální podprostory, přímky, roviny). Všechny jiné podmnožiny tedy podprostory nejsou.
Můžu říct, že vektorový prostor obsahující množinu všech jednosložkových vektorů nad tělesem R s operacemi definovanými stejně jako v R je těleso R? Ano.
Není mi jasné, proč (v definici 5.14) se říká: "Zatímco v množině X je každý prvek pouze jednou, v součtu určujícím lineární kombinaci prvků množiny X se může jeden a ten samý prvek vyskytnout vícekrát." Jak by se tam mohl nějaký prvek opakovat? Zřejmě máte starou verzi skript.
Není mi jasné, proč v příkladu 5.27. množina X negeneruje prostor $\mathbb{R}^\omega$. Tím pádem nevím ani následné ověření (že LO X obsahuje pouze posloupnosti s konečně mnoho nenulovými prvky) To druhé ověřuje to první. Je tedy třeba si uvědomit, že LO X obsahuje pouze posloupnosti s konečně mnoha nenulovými prvky (protože lineární kombinace jsou vždy konečné součty) a na základě toho usoudit, že daná množina negeneruje $\mathbb{R}^\omega$, neboť v jejím LO chybí například posloupnost $1, 1, 1, 1, \dots$
Nerozumím důkazu pozorování 5.20. Jestli to chápu dobře, tak nejprve spočteme lineární kombinaci vektorů u_1 až u_k s koeficienty s_1 až s_k a celý tento výraz nahradíme výrazem $t_j \cdot v_j$. A odtud již nevidím cestu k dalšímu kroku. Celý výraz ne. Každý vektor u_i patří do $\{v_1, \dots, v_l\}$, ale stejný vektor v_j se mezi vektory $u_1, u_2, \dots, u_k$ může vyskytnout vícekrát. Tyto výskyty sloučíme do jednoho členu $t_j \cdot v_j$. Pak přidáme členy $0 \cdot v_p$ za každé v_p, které se mezi $u_1, u_2, \dots, u_k$ nevyskytne.
Nerozumím příkladu 5.5. Proč je množina všech podmnožin lineární prostor nad $\mathbb{Z}_2$? Máte starou verzi skript. Příklad 5.24 je ukončen několika rovnostmi, přičemž mně není jasná ta úplně pravá. Jak můžu udělat zobrazení podprostoru? Netuším, který myslíte.

Píše se, že můžeme mít i lineární obal nekonečné množiny X , to znamená, že bude lineární kombinace nekonečně mnoha prvků?

Ne, viz výše.

Podle definice 5.18 tedy např. X , které obsahuje dva různé vektory, může generovat plochu V ? (lineární kombinace dvou vektorů vytvoří celou plochu)

Ano.

Při štvrté otázce v kvíze som si nebola istá. tak sa chcem opýtať : pokud A je matice $m \times n$ a R regulární matice $n \times n$, pak môžu mať matice A a AR stejné jádro?

Mohou, ale nemusí.

Proč je v Tvzení 5.36 (2), že žádný z v_i nelze vyjádřit jako LK předchozích? Nechceme, aby prvek v_i nešel vyjádřit jako LK všech ostatních?

Definice LN říká, že posloupnost je LN právě když žádný z vektorů posloupnosti nelze vyjádřit jako LK ostatních. Tvzení pak říká, že je to totéž jako, že žádný z vektorů posloupnosti nelze vyjádřit jako LK předchozích.

Dotaz k otázce 1 tohoto kvízu. Nejsou správně 2 odpovědi? A to "obsahuje i opačný vektor" a "obsahuje pouze vektory, které mají stejně nebo méně složek než vektory z V "? Víím, že podprostor obsahuje vždy pouze vektory se stejným počtem složek jako prostor ke kterému je podprostorem, ale to tvrzení je pravdivé.

Prvky vektorového prostoru V žádné složky mít nemusí.

Proč množina X v příkladu 5.27 negeneruje R^w ?

Viz výše.

Co pak generuje prostor R^w ?

Dá se rozmyslet, že množina generující R^w nemůže být spočetná. I z tohoto důvodu se v přednášce soustředíme na prostory konečné dimenze, jinak bychom potřebovali vědět mnohem víc o teorii množin a matematické analýze.

Proč musí být u příkladu 5.14 součet prvků na hlavní diagonále roven nule? Co to ovlivní?

Je to příklad, jak může vypadat podprostor v prostoru matic. Kdybychom například požadovali, že má být součet diagonály roven jedné, pak by se tato vlastnost nezachovávala při operaci součtu matic, takže takové matice by podprostor netvořily.

A v následujícím příkladu, $p(5)$ znamená, že hodnoty proměnných v polynomu jsou 5? Jakože pokud máme $1 + x + x^2$ tak $p(5)$ je vlastně zápis pro $1 + 5 + 5^2$?

Ano.

Proč prázdná množina generuje triviální prostor $\{0\}$?

Viz výše.

Proč se změnilo značení lineárního obalu z $\langle \rangle$ na LO ? Bude velká chyba, když to napíšeme do písemky "postaru"?

Nebude. Chceme jednak více odlišit značení lineárního obalu a dalších objektů, které se značí závorkami (množina, posloupnost, skalární součin), jednak se přiblížit označení v anglicky psané literatuře, kde se píše $\text{Span}()$.

Prosím, prečo v príklade 5.27 množina X negeneruje ten priestor? Nevieme sa lineárnou kombináciou daných vektorov dopracovať k akémukoľvek vektoru so zložkami s reálnymi číslami a teda akejkolvek postupnosti? Prečo $LO\ X$ sa rovná množine postupnosti reálnych čísel, ktoré obsahujú iba konečne mnoho nulových prvkov?

Viz výše.

Zápis pomocou LO pri sústavách lineárnych rovníc slúži iba k prehľadnejšiemu zápisu, ale jej riešenie nám nijako neovplyvňuje?

Ano.

Příklad 5.6. - stačí vysvětlit, že prvky budou pouze 0 a 1 tedy zároveň prvky ze $\mathbb{Z}_2$. Pro $x \in X$ platí - 1 pokud x leží v nějaké podmnožině, 0 pokud neleží?

Musíte ověřit, že zadané operace splňují axiomy.

Děkuji

Rozumiem tomu správne, že v príklade 5.27 množina X negeneruje priestor, pretože obsahuje nekonečne veľa nenulových prvkov?

Ne, je to kvôli tomu, že jich obsahuje ešte príliš malé nekonečno. Viz výše.

Rozumím tomu správne, když si myslím, že přímka a bod (v rovině, či prostoru reálných čísel) vygenerují stejný podprostor, tj. mají stejný LO?

Nenulový bod v rovině a přímka definovaná počátkem a tímto bodem mají stejný LO.

Rozumím tomuto správne : násobení maticí R zleva mění $\text{Im}A$. A násobení zprava nemění $\text{Im}A$? Jak je to možné?

Regulární maticí R . Je to důsledkem řádkového a sloupcového pohledu na násobení matic.

s tym linearnym obalom som mal problémy- ako to že nebude vždy linearny obal totožný s vektorovým priestorom? však je to kombinácia vektorov ktoré v nom sú, no ale kombinácia môže byť $(1,0,0,0,...)$ tada každý vektor bude vlineárnom obale.

Viz výše, vektor $(1,1,1,1,...)$ není v lineárním obalu.

Stane se z lineárního prostoru po zvolení systému souřadnic aritmetický prostor? Je v nich nějaký jiný rozdíl?

Vektorový prostoru konečné dimenze se po zvolení souřadnic dá popsat pomocí aritmetického prostoru. Ale ty souřadnice můžete zvolit více způsoby, proto je ten aritmetický prostor jen nástroj popisu a ne "ten samý" prostor. Věci se pak komplikují v nekonečné dimenzi.

Sú niekde v skriptách definované elementárne stĺpcové úpravy alebo ich stačí chápať ako analógiu riadkových - teda násobenie elementárnou maticou zprava?

Tak je to myšleno.

Ak elementárne stĺpcové úpravy odpovedajú zamieňaniu jednotlivých premenných v sústave rovníc, znamená to, že vektory v $\text{Ker } AR$ majú prehádzané zložky oproti vektorom v $\text{Ker } A$, teda elementárne stĺpcové úpravy menia $\text{Ker } A$, tak, že zmenia poradie zložiek vo vektoroch, ktoré sú v jadre matice A ?

Velmi zhruba ano, ale takto by to bylo jen pokud by R byla permutační matice. Obecná regulární matice složky míchá ve smyslu lineární kombinace, ne jen prosté změny pořadí.

Príklad 5.27 - prečo množina X negeneruje priestor R^{ω} ? Nenapadá ma žiadny protipríklad.

Viz výše.

U aritmetického vektorového prostoru nad T je množina skalárů vždy T , nebo se dodatečně určí těleso, nad kterým bude zavedena operace násobení vektoru skalárem?

Vždy T .

U příkladu 5.6 máme jako cvičení provést důkaz... nemůžeme si ho ukázat i na přednášce?

Uvidíme, jak na tom budeme s časem.

Co jsme prosím pozorovali a nakonec vypožorovali v 5.20?

LO X je definován jako množina všech LK prvků z X . V pozorování jsme vypožorovali, že pro konečnou množinu X lze všechny tyto LK psát jednotným způsobem, jako LK **všech** prvků z X .

Dá se říci, že je-li X množina generátorů prostoru V (tučně), pak X je shodná s množinou V (netučně) ?

Určitě ne. Množin generátorů daného prostoru je mnoho a tedy jsou to obvykle vlastní podmnožiny V . Viz příklad 5.25

V příklade 5.16, prečo telesá reálnych a komplexných čísel chápeme ako vektorové priestory nad $\mathbb{Q}$?

1) Pretože môžeme, jinými slovy splňuje to axiomy vektorového prostoru.

2) Protože je takový pohled velmi užitečný. Vynikající příklad je čtvrtá miniatura v knize Šestnáct miniatur odkazované z webu kurzu. Ukazuje se zde, že obdélník o iracionálním poměru stran (třeba standardní A4-ku) nelze žádným způsobem rozdělit na čtverce.
V příkladu 5.27 nelze použít lineární obal, protože se jedná o nekonečně mnoho vektorů? Proč není lineární kombinace definovaná pro nekonečné množství vektorů? Viz výše.
V skriptách na strane 138 sa spomína ideálny priestor a ideálna rovina, čo mám pod týmito pojmi rozumieť? Aký je rozdiel medzi priestorom, o ktorom sa bežne bavíme, a ideálnym priestorom? Není to přesný matematický termín, podobně jako není přesný matematický termín "ideální přímka". Ideální přímka vzniká jako abstrakce rovných čar, které narýsujete na papír: při abstrakci tyto čáry nekonečně zužujete a zároveň je protahujete do nekonečna. Podobně s ideální rovinou.
Ze skript jsem moc nepochopila definici sloupcového a řádkového prostoru matice A. Myslím, že mám problém si to představit na příkladech a představit si to obecně. Zároveň nechápu, co symbolují hranaté závorky v příkladu pod definicí sloupcového prostoru matice (Definice 5.23)? Zřejmě máte starou verzi skript. Sloupcový prostor matice A je množina všech lineárních kombinací jejích sloupců, analogicky pro řádky.
5.2.3 další příklady podprostorů (př. 5.15) - proč může být reálný polynom stupně maximálně 173? Je to příklad. Volíme si množinu všech polynomů, jejichž stupeň je omezen nějakou zvolenou hodnotou, zde jsme si zcela arbitrárně zvolili 173.
Afinní podprostory sú teda všetky podprostory a podprostory vektorového prostoru sú len tie, ktoré obsahujú nulový prvok? V zásadě ano. Pojem podprostor ale nyní definujeme jako podprostor vektorového prostoru. Afinní podprostor jsme zatím nedefinovali, jen jsme se zmínili, že jsou to podmnožiny vzniklé z podprostorů posunutím o pevný vektor.
Ak je množina X nekonečná, ako je to potom s lineárnym obalom ? Je to stále totéž, jen je třeba mít na paměti, že lineární kombinace jsou konečné součty.
Aký je rozdiel, keď majú matice stejný obraz a stejné jádro? Nerozumím otázce, zkuste se zeptat na cvičení.
Budeme pro popis útvarů vzniklých jako podprostory prvočíselných těles používat pojmy jako přímka a rovina, přestože tak nevypadají? Přejde mi to trochu matoucí, tak mě zajímalo, jestli můžu tyhle názvy používat, nebo ne. Ano, budeme.
Bylo by možné objasnit, když mám matici A m x n a R regulární matici n x n, tak jestli matice A a AR mají stejný obraz, nebo mají stejné jádro? Nechápu, jestli násobení maticí zprava nebo zleva mění Im A. Mají stejný obraz, ale nemusí mít stejné jádro.
Celkom nerozumiem ako môžu byť okrem vektorov prvkami lineárneho priestoru aj funkcie, polynomy, postupnosti a iné. Tím se nemyslí, že by funkce, polynomy a posloupnosti byly zároveň prvky téhož vektorového prostoru, ale že různé množiny, na kterých lze definovat sčítání a násobení skalárem, splňují definici 5.1 a tedy i všechny její důsledky.
Co prosím znamená "prázdný systém vektorů" ve větě "Lineární kombinaci prázdného systému vektorů definujeme jako nulový vektor."? Systém = množina.
Co znamená, že je množina uzavřená na sčítání a násobení? Součet dvou prvků množiny patří do množiny, násobek prvku množiny libovolným skalárem patří do množiny.

Co znamená, že zobrazení je dané maticí např. B^{105} ? Znamená to, že je to zobrazení maticí B , které opakují 105krát?

Ano.

Dá se obecně tvrdit, že množina všech prvků kanonické báze $\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ nad tělesem T generuje prostor T^n ? (tzn. každá uspořádaná n -tice nad T se dá zapsat pomocí LK prvků kanonické báze)

Ano.

Dobrý deň,

prečo stĺpcový priestor matice A $m \times n$ ($\text{Im } A$) je podpriestorom T na m ? Keď m označuje riadky a n stĺpce. Prečo nie je podpriestorom T na n ?

(Podobne pre riadkový priestor matice A .)

Protože sloupec matice A má m složek.

Dobrý den,

moc nerozumím tomu, když lineární kombinace nekonečného množství prvků není definována a když lineární obal nějaké množiny je množina všech lineárních kombinací prvků dané množiny, že tato množina může být nekonečná. Pochopila jsem to správně? Jestli ano, jakto že lineární obal nekonečné množiny také není nedefinovaný?

Lineárních kombinací vektorů $(1,0)$ a $(0,1)$ z $\mathbb{R}^2$ je nekonečně mnoho, protože je nekonečně mnoho skalárů. Lineární obal nekonečné množiny je definovaný, ale pouze pomocí konečných lineárních kombinací.

Dobrý den,

Pokud máme nějakou matici A $m \times n$. K čemu všemu můžeme používat $\text{Ker } A$ a co nám určí, kromě toho, že víme, že je to jádro matice?

Je to množina všech řešení soustavy rovnic $Ax=0$.

$\text{Im } A$ je tedy něco jako obor hodnot, nebo právě obor hodnot?

Je to obor hodnot zobrazení f_A .

Děkuji

Dobrý den, mohl bych se zeptat, zda „uzavřenost na sčítání“ a „uzavřenost na násobení skalárem“ pro libovolné $u, v \in U$ a $a \in T$ znamená, že výsledek po sčítání či násobení nepřesáhne U ?

Ano.

Dobrý večer. Jak si můžu představit lineární prostor nekonečné dimenze?

Třeba jako prostor všech funkcí z $\mathbb{R}$ do $\mathbb{R}$.

Chcel by som sa spýtať v čom sa v definícii 5.23 líši $\text{Im } A$ a $\text{Im } A^T$ a čo to vlastne znamená, že je podprostor T^m generovaný množinou stĺpcových vektorov

Máte starou verzi skript. $\text{Im } A$ je lineární obal všech sloupců A , $\text{Im } A^T$ je lineární obal všech řádků A .

Chcem sa opýtať, na čo nám slúži lineárny obal? Zo skript mi to nie je úplne jasné.

Je to nejmenší podprostor obsahující danou množinu vektorů.

Chtěla bych se zeptat, co vlastně znamená ten lineární obal množiny? Proč s ním pracujeme? V jakých příkladech na něj můžu narazit?

Je to doplnění dané množiny na nejmenší podprostor ji obsahující. Například řešení soustav lineárních rovnic se vyjadřuje pomocí lineárního obalu.

Jak si můžu geometricky představit, že $\text{Ker } A \leq T^n$? Může být geometrický důkaz více intuitivní?

Je to průnik rovin v T^n , kde koeficienty obecné rovnice jednotlivých rovin tvoří řádky matice A .

Jak si můžu představit prostor $\{0\}$?

Bod.

Jaké vlastnosti musí splňovat triviální prostor?

Triviální prostor nic není. Triviálními podprostory prostoru V nazýváme V a $\{0\}$.
Jaký je matematický problém při definování násobení z druhé strany u skaláru a vektoru? Žádný, je to jen notační konvence.
jaký je rozdíl mezi aritmetickým a vektorovým prostorem? Viz výše.
Jaký je rozdíl mezi lineárním a vektorovým prostorem? Je to totéž. V aktuální verzi skript jsme se přiklonili k termínu vektorový prostor.
Jaký je rozdíl mezi netriviálními a vlastními podprostory? Je to totéž.
je nejaký rozdiel v tom ako si mám predstavovať stĺpcový a riadkový priestor matice? Jsou to dvě různé věci, nedokážu konkrétněji odpovédět, zeptejte se na cvičení.
Je priestor diferencovateľných funkcií triviálnym podpriestorom priestoru spojitých funkcií? Ne. Existují spojité funkce, které nejsou diferencovatelné.
Ke čtvrté otázce v kvízu (Pokud A je matice $m \times n$ a R regulární matice $n \times n$, pak:) jsem dal odpověď, že mají stejné jádro, ale přicházel jsem na to spíš intuitivně, ve skriptech jsem to přesně nenašel, moh byste to zmínit? OK.
Lineární obal jsou pouze vektory ze kterých pote mohu složit prostor? Takže LO pro n -tou dimenzi obsahuje n vektorů? Musí být v nějakém tvaru? Víím, že nesmí být lineární kombinací. Naopak, LO přiřazuje množině vektorů nejmenší podprostor, jenž ji obsahuje. To, co zmiňujete V_y , se nazývá báze.
Mohl byste prosím vysvětlit důkaz pozorování 5.20?. Trochu jsem se v něm ztrácela. Děkuji. Viz výše.
Mohl byste vysvětlit jak si intuitivně představit souvislost mezi $\text{Ker } A$ a $\text{Im } A^T$ pro matici A ? Tam není souvislost, alespoň ne taková, o níž bychom se zmiňovali. Zatím jen víme, že se obojí zachovává řádkovými úpravami.
Mohli by ste na prednáške dokázať tvrdenie 5.32 aj pre násobenie sprava a ukázať ho aj geometricky (pre nejaké zobrazenie v rovine alebo priestore). Ďakujem Uvidíme, jak na tom budeme s časem. Tohle je typ důkazu, kde je užitečné se to pokusit vymyslet sám, když máte přímo u toho vzor. Tím se nejvíce naučíte.
Mohli byste prosím vysvětlit, co se myslí pojmem "uspořádané n -tice prvků" (5.1.1.)? Jsou to vektory? Děkuji. Uspořádaná n -tice prvků je základnější pojem než vektor. Uspořádaná n -tice je posloupnost $(x_1, x_2, \dots, x_n)$, u které narozdíl od množiny $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ záleží na pořadí. Tedy prohozením dvou různých prvků dostaneme jinou uspořádanou n -tici.
Mohlo by být jádrom matice $m \times n$ podpriestor T_m ? Ne, protože matice $m \times n$ zobrazuje vektory z T^n a jádro je množina všech vektorů, které se zobrazí na nulu.
Mohol by byť podpriestor T_m jadrom matice $m \times n$? Ne, viz výše.
Mohol by byť podpriestor T_m jadrom matice? Ne, viz výše.
Musia byť prvky vektorového priestoru nad nejakým telesom aj prvkami toho telesa? Ne, prvky vektorového prostoru nejsou prvky tělesa, jsou to jen objekty, u nichž je definované násobení prvků tohoto tělesa.

Nie sú mi úplne jasné pojmy: lineárny obal a stĺpcový priestor matice. Budete sa týmto pojmom venovať na prednáške?

Ano.

Obsahuje vždy lineární obal vektoru nulový vektor?

Ano.

Pokud A je matice $m \times n$ a R singulární matice $n \times n$, mají pak A a AR taky nějaké společné vlastnosti?

AR je pak také matice $m \times n$, ale to je asi vše, co se dá říct.

Poprosil bych rozebrat druhou otázku a vysvětlit podprostory.

OK

Prečo sa prvky telesa nazývajú skaláry? Z čoho to vychádza?

Pojmy skalár a vektor byly ve skutečnosti zavedeny W. R. Hamiltonem ve stejném článku, v němž se zavádí pojem kvaternion, a označovaly původně reálnou a "imaginární" část kvaternionu. Slovo skalár je příbuzné latinskému slovu scala (žebřík, měřítko), vektor slovu vehere (táhnout). Od té doby došlo k tak rozsáhlému zobecnění pojmu skalár a vektor, že už Vám jejich etymologie žádnou cennou představu nedá.

Príklad 5.6 : Ako sme zistili, že je to priestor nad $\mathbb{Z}_2$?

Ověřili jsme axiomy.

Aké je využitie vektorových priestorov v praxi?

Asi tak polovina matematiky se bez nich neobejde.

Proc se zavedly podprostory? To netaci jen telesa a prostory? A je jeste neco pod podprostory? Pokud ano, jak se to nazyva?

Podprostor se má k prostoru jako podmnožina k množině.

Proč je $\text{Im } A$ obor hodnot zobrazení f_A ?

Protože $f_A(x)$ je lineární kombinace sloupců A s koeficienty ve sloupci x.

Proč operace $+$ na V je zobrazení $z V \times V$ na V ?

Je to operace, která dvěma vektorům přiřadí třetí vektor. Je "na", protože každý vektor v z V lze zapsat jako $v + 0$.

Proč se $\text{Im } A$ matice A značí Im ?

Image = obraz.

Prosím pokusíte se na přednášce vysvětlit co to je lineární obal trochu jinak než ve skriptech? Díky.

Pokusíme se.

Ve skriptech jste uváděli, že mimo reálná čísla je již těžké si představit prostory na nějakých tělesech T. Mohli byste, prosím, uvést, jak většině studentů v tomto tématu pomůže konkrétní představa, resp. v čem je dobré v tomto tématu se zbavit abstraktnosti?

Konkrétní příklady a představy většiny lidí pomáhají porozumět abstraktním pojmům. Jinak nevím, co odpovědět.

Co je lineární obal množiny X?

Viz výše.

Co prosím znamená, že X je množina generátorů prostoru V?

Že V le lineárním obalem X.

Co přesně rozumíme pojmem "lineární obal konečné množiny"?

Množinu všech jejích lineárních kombinací.

Co přesně říká Steinitzova věta o výměně?

To jste v jiné kapitole.

Co známe „Ker“ nějak se mi to nepodařilo ze skript moc pochopit.

Je to důležitý pojem, ptejte se na cvičení.

Co znamená pojem lineární obal množiny? Viz výše, definice 5.19.
Co znamená značka Im v zápisu řádkového nebo sloupcového prostoru matice? ($\text{Im } A = \{(2,3)^T, (5,7)^T\}$) $\text{Im } A$ značí sloupcový prostor matice.
Dobrý den, děkuji za odpovědi K čemu nám jsou množiny generátorů prostoru? Umožňují efektivní popis podprostorů. Jaký obor hodnot mají skaláry (T) ? Obor hodnot může mít zobrazení, ne množina.
Dobrý den, chtěl bych se zeptat na prostory a zobrazení. Nejsem si jist odpovědi na třetí otázku z kvízu. Mohly byste mi prosím dovysvětlit jak se zobrazují prostory. Děkuji. Zkuste se zeptat na cvičení, a konkrétněji.
Dobrý den, chtěla bych se zeptat, jak přesně chápat množiny generátorů. Děkuji Zkuste se zeptat na cvičení.
Jaký je rozdíl mezi souborem vektorů a maticí? Matice je tabulka a máme pro ni definovány různé operace, třeba násobení nebo inverzi. Soubor vektorů žádné operace definované nemá.
Můžeme mluvit o podprostorech i u matic? Ano, i prostory složené z matic mají podprostory. Pak jsou samozřejmě prostory jako $\text{Ker } A$ a $\text{Im } A$, které jsou přiřazeny matici ve smyslu zobrazení. Museli bychom se nejprve dohodnout, o čem je řeč.
Nepochopil jsem báze, můžete je vysvětlit? To je až na další týden.
Nerozumím co přesně je to T^n? Množina všech uspořádaných n-tic prvků z T.
Potřeboval bych vysvětlit lineární obaly, dobře nechápu jejich význam. Děkuji. OK
pri com sa pouziva riadkovy priestor matice? Uvidíte dále.
Proč není matice v LU rozkladu s částečnou pivotací určena jednoznačně? Je více možností, jak provést částečnou pivotaci.
Další otázky
Bude před prvním midtermem nějak řečeno, co vše se v něm může objevit? Je to uvedeno na stránkách.
Co je to "jednodušší tvrzení", které po nás budete chtít dokázat v midtermu? Na webu je seznam požadavků ke zkoušce, který se týká i midtermu (resp. je tam seznam toho, co se nezkouší). Jinak se dá říct, že zatím jsou všechna tvrzení "jednodušší".
Dobrý deň, Ako si prosím Vás predstavíme zobrazenie transponovanej matice? Zeptejte se konkrétněji na cvičení. Plus prečo je prosím Vás v tomto výraze $g^{-1}(g(A))$ funkcia g iba na a a nie aj nutne prostá. V jakém kontextu se výraz vyskytuje? Co je A? Také asi raději na cvičení. Ďakujem
Dobrý večer, lze při řešení domácích úkolů, případně midtermů, případně zkouškových testů, používat doposud neprobranou látku, která se ale nachází ve skriptech Libor Barto a Jiří Tůma?

Spíše ne. Například bych v této fázi neakceptoval důkaz regularity nebo výpočet inverzní matice pomocí determinantů. Pokud si nebudete v konkrétním případě jist, ptejte se cvičícího nebo hlídajícího.
Existuje teleso pre ktore neexistuje riesenie pomocou matice ? Řešení čeho? Teorie řešení soustav rovnic je shodná pro všechna tělesa.
Jakým způsobem ovlivňují náš bodový zisk bonusové úlohy, resp. kolik bodů za ně dostaneme apod.? Za bonusové úlohy nejsou žádné body. Opravovatelé je ale opravují, takže získáte zpětnou vazbu.
Je u zkoušky požadováno znát veškeré učivo ze skript (včetně všech důkazů) ? Průběžně doplňované požadavky ke zkoušce jsou na webu.
Ještě mám dotaz k domácím úkolům. Bylo by možné někde najít správné řešení již opravovaných DÚ? Ne.
Omlouvám se, ale ty skripta mi již přijdou velmi špatně čitelné, lze se učit i z nějakých jiných tištěných zdrojů, popřípadě jaké doporučujete? Na webu je rozsáhlý seznam literatury, můžete si v něm vybrat. Počítejte ale s tím, že pomocí skript je specifikováno značení, terminologie a požadavky ke zkoušce, takže budete muset látku nastudovanou jinde stejně porovnat se skripty, případně u zkoušky důkladněji komentovat svůj postup.
Treba vedieť overiť, či je daná množina s operáciami vektorový priestor alebo podpriestor, vid'. príklady v 5.1.2 a 5.2.3, alebo je to len ilustračné? Je třeba to umět. Sú dôkazy, ktoré sú v skriptách ponechané ako cvičenie, príp. celkovo úlohy obsiahnuté v cvičení, vyžadované na skúške? Ano, jsou to věci, které se dají ze skript dovymyslet a schopnost onoho dovymýšlení je jednou z věcí, k níž by vás měl kurz dovést. Príklad 5.16, nemá tam byť R^2 miesto Q? Nemá, jde o množinu skalárů.
V příkladu 5.15 vám chybí uzavření závorky. Díky.