

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA KỲ 1

NĂM HỌC 2024 – 2025

MÔN TOÁN LỚP 11

Thời gian làm bài 90 phút không kể thời gian giao đề

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Đổi số đo góc 135° ra số đo radian ta được

- A. $\frac{3\pi}{2}$. B. $\frac{3\pi}{4}$. C. $\frac{5\pi}{6}$. D. $\frac{3\pi}{5}$.

Câu 2. Rút gọn biểu thức $P = \sin\left(a + \frac{\pi}{4}\right)\sin\left(a - \frac{\pi}{4}\right)$.

- A. $-\frac{3}{2}\cos 2a$. B. $\frac{1}{2}\cos 2a$. C. $-\frac{2}{3}\cos 2a$. D. $-\frac{1}{2}\cos 2a$.

Câu 3. Cho $x \in [0; \pi]$ thỏa mãn $\cos x = \frac{5}{13}$. Giá trị của $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ bằng

- A. $-\frac{17}{7}$. B. $\frac{7}{17}$. C. $\frac{17}{7}$. D. $-\frac{7}{17}$.

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sin x}{1 - \cos x}$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 5. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3\sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) - 1$ lần lượt là:

- A. $4; -2$. B. $2; -4$. C. $1; -1$. D. $3; -3$.

Câu 6. Nghiệm của phương trình $\cos x = -1$ là:

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 7. Nghiệm của phương trình $\cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$ có dạng $x = -\frac{\pi}{m} + \frac{k\pi}{n}, k \in \mathbb{Z}, m, n \in \mathbb{Z}^*$ và $\frac{k}{n}$ là phân số tối giản. Khi đó $m - n$ bằng

- A. 5 . B. -3 . C. -5 . D. 3 .

Câu 8. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n}{3^n - 1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là

A. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}$.

B. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{3}{26}$.

C. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{16}$.

D. $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}$.

Câu 9. Xét tính bị chặn của dãy số sau: $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$

A. Bị chặn.

B. Bị chặn trên, không bị chặn dưới.

C. Không bị chặn.

D. Bị chặn dưới, không bị chặn trên.

Câu 10. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n+1}{2n+1}$. Số $\frac{8}{15}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

A. 8.

B. 6.

C. 5.

D. 7.

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công sai $d = -2$. Số hạng thứ 5 là

A. $u_5 = 8$.

B. $u_5 = 1$.

C. $u_5 = -5$.

D. $u_5 = -7$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = M$, $AB \cap CD = N$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là:

A. SM .

B. SA .

C. MN .

D. SN .

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a),b),c),d) ở mỗi câu học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = 2 + 3\cos x$ và $g(x) = \sin x + \cos x$. Khi đó:

a) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ bằng 5

b) Hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

c) Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)$ bằng $-\sqrt{2}$

d) Hàm số $g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = \frac{3}{2}$, công sai $d = \frac{1}{2}$. Khi đó:

a) Công thức của số hạng tổng quát là $u_n = 1 + \frac{n}{3}$

b) Số hạng thứ 8 của cấp số cộng đã cho là 5

c) $\frac{15}{4}$ là một số hạng của cấp số cộng đã cho

d) Tổng 100 số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) bằng 2620

PHẦN III. Tự luận.

Câu 1. (1,0 điểm) Tính $\sin 2a$; $\cos 2a$, biết $\sin a = \frac{1}{3}$ và $\frac{\pi}{2} < a < \pi$

Câu 2. (1,0 điểm) Giả sử một vật dao động điều hòa xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình $x = 3\cos\left(4\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)$, với t là thời gian tính bằng giây và x là quãng đường tính bằng cm. Hãy cho biết trong khoảng thời gian từ 0 đến 5 giây, vật đi qua vị trí cân bằng bao nhiêu lần?

Câu 3. (1 điểm) Cho phương trình $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$. Tính tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ của phương trình trên.

Câu 4. (0,5 điểm) Xét tính tăng giảm của dãy số (u_n) với $u_n = n - \sqrt{n^2 - 1}$.

Câu 5. (1,0 điểm) Trong mặt phẳng (α) , cho tứ giác $ABCD$. Gọi S là điểm không thuộc (α) , M là điểm nằm trong tam giác SCD .

a) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAM) và (SBD) .

b) Xác định giao điểm của AM và mặt phẳng (SBD) .

Câu 6. (0,5 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với $AD \parallel BC$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAD ; E là điểm thuộc đoạn AC sao cho $EC = xEA, (x > 0)$. Tìm x để $GE \parallel (SBC)$.

-----Hết-----

Hướng dẫn giải và đáp án

PHẦN I

Câu 1. Đổi số đo góc 135° ra số đo radian ta được

- A. $\frac{3\pi}{2}$. B. $\frac{3\pi}{4}$. C. $\frac{5\pi}{6}$. D. $\frac{3\pi}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\pi \text{ rad} = 180^\circ$ nên $135^\circ = \frac{\pi}{180} \cdot 135 = \frac{3\pi}{4} \text{ rad}$.

$$P = \sin\left(a + \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(a - \frac{\pi}{4}\right)$$

Câu 2. Rút gọn biểu thức

- A. $-\frac{3}{2} \cos 2a$. B. $\frac{1}{2} \cos 2a$. C. $-\frac{2}{3} \cos 2a$. D. $-\frac{1}{2} \cos 2a$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\sin\left(a + \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(a - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} \left[\cos \frac{\pi}{2} - \cos 2a \right] = -\frac{1}{2} \cos 2a$.

Câu 3. Cho $x \in [0; \pi]$ thỏa mãn $\cos x = \frac{5}{13}$. Giá trị của $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ bằng

- A. $-\frac{17}{7}$. B. $\frac{7}{17}$. C. $\frac{17}{7}$. D. $-\frac{7}{17}$.

Lời giải

Chọn A

Theo giả thiết $x \in [0; \pi]$ và $\cos x = \frac{5}{13} > 0$ suy ra $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ nên $\tan x > 0$.

Do đó $\tan x = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 x} - 1} = \sqrt{\frac{169}{25} - 1} = \frac{12}{5}$.

$$\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan x + 1}{1 - \tan x} = \frac{\frac{12}{5} + 1}{1 - \frac{12}{5}} = -\frac{17}{7}$$

Ta có

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sin x}{1 - \cos x}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số xác định khi và chỉ khi $1 - \cos x \neq 0 \Leftrightarrow \cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 5. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3\sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) - 1$ lần lượt là:

A. 4; -2.

B. 2; -4.

C. 1; -1.

D. 3; -3.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

+) $\forall x \in \mathbb{R}$ ta có: $-1 \leq \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) \leq 1 \Leftrightarrow -3 \leq 3\sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) \leq 3 \Leftrightarrow -4 \leq 3\sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) - 1 \leq 2$
 $\Rightarrow -4 \leq y \leq 2$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3\sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) - 1$ là 2 khi $x = -\frac{\pi}{4}$.

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3\sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) - 1$ là -4 khi $x = \frac{3\pi}{4}$.

Câu 6. Nghiệm của phương trình $\cos x = -1$ là:

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 7. Nghiệm của phương trình $\cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$ có dạng $x = -\frac{\pi}{m} + \frac{k\pi}{n}$, $k \in \mathbb{Z}$, $m, n \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{k}{n}$ là phân số tối giản. Khi đó $m - n$ bằng

- A. 5. B. -3. C. -5. D. 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \cot \frac{\pi}{6}$

$$\Leftrightarrow x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy $\begin{cases} m = 6 \\ n = 1 \end{cases} \Rightarrow m - n = 5.$

Câu 8. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n}{3^n - 1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là

- A. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}$. B. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{3}{26}$. C. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{16}$. D. $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $u_1 = \frac{1}{2}; u_2 = \frac{1}{4}; u_3 = \frac{3}{26}$.

Câu 9. Xét tính bị chặn của dãy số sau: $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$

- A. Bị chặn. B. Bị chặn trên, không bị chặn dưới.
C. Không bị chặn. D. Bị chặn dưới, không bị chặn trên.

Lời giải

Chọn A

Ta có $0 < u_n = \frac{2n+1}{n+2} < \frac{2n+4}{n+2} = \frac{2(n+2)}{n+2} = 2 \quad \forall n$ nên dãy (u_n) bị chặn.

Câu 10. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n+1}{2n+1}$. Số $\frac{8}{15}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

- A. 8. B. 6. C. 5. D. 7.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_n = \frac{8}{15} \Leftrightarrow \frac{n+1}{2n+1} = \frac{8}{15} (n \in \mathbb{N}^*) \Leftrightarrow 15n + 15 = 16n + 8 \Leftrightarrow n = 7$.

Vậy $\frac{8}{15}$ là số hạng thứ 7 của dãy số (u_n) .

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công sai $d = -2$. Số hạng thứ 5 là

- A. $u_5 = 8$. B. $u_5 = 1$. C. $u_5 = -5$. D. $u_5 = -7$.

Lời giải

Chọn C

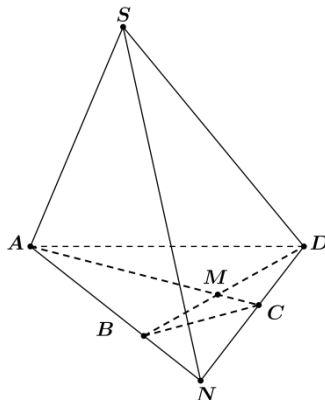
Ta có: $u_5 = u_1 + 4d = 3 + 4 \cdot (-2) = -5$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = M$, $AB \cap CD = N$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là:

- A. SM . B. SA . C. MN . D. SN .

Lời giải

Chọn D



Ta có: S là điểm chung thứ nhất của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

$$\text{Vì } AB \cap CD = N \text{ nên } \begin{cases} N \in AB \subset (SAB) \\ N \in CD \subset (SCD) \end{cases}.$$

Do đó N là điểm chung thứ hai của hai mặt phẳng trên.

Vậy SN là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

Phần II

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = 2 + 3\cos x$ và $g(x) = \sin x + \cos x$. Khi đó:

- a) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ bằng 5
 b) Hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$
 c) Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)$ bằng $-\sqrt{2}$
 d) Hàm số $g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) b) Với mọi $x \in \mathbb{R}$, ta có: $-1 \leq \cos x \leq 1 \Rightarrow -3 \leq 3\cos x \leq 3 \Rightarrow -1 \leq 2 + 3\cos x \leq 5$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng 5 khi $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi (k \in \mathbb{Z})$..

Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -1 khi $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

$$\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

c) d) Ta có:

$$\text{Với mọi } x \in \mathbb{R}, \text{ ta có: } -1 \leq \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1 \Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq \sqrt{2}$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng $\sqrt{2}$ khi $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$

$$\Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng $-\sqrt{2}$, khi đó $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -1$

$$\Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = \frac{3}{2}$, công sai $d = \frac{1}{2}$. Khi đó:

$$a) \text{ Công thức của số hạng tổng quát là } u_n = 1 + \frac{n}{3}$$

b) Số hạng thứ 8 của cấp số cộng đã cho là 5

c) $\frac{15}{4}$ là một số hạng của cấp số cộng đã cho

d) Tổng 100 số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) bằng 2620

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------------	----------------	---------------	---------------

$$a) \text{ Ta có: } u_n = u_1 + (n-1)d = \frac{3}{2} + (n-1) \cdot \frac{1}{2} = 1 + \frac{n}{2}$$

$$b) u_8 = u_1 + 7d = \frac{3}{2} + 7 \cdot \frac{1}{2} = 5 \text{ suy ra số hạng thứ 8 của cấp số cộng đã cho là 5}$$

$$c) \text{ Xét } \frac{15}{4} = 1 + \frac{n}{2} \Rightarrow n = \frac{11}{2} \notin \mathbb{Z}^+; \text{ suy ra } \frac{15}{4} \text{ không là một số hạng của cấp số cộng đã cho.}$$

$$d) \text{ Tổng 100 số hạng đầu của cấp số cộng là: } S_{100} = \frac{100 \left[2 \cdot \frac{3}{2} + (100-1) \cdot \frac{1}{2} \right]}{2} = 2625.$$

Phần III

Câu 1. (1,0 điểm) Tính $\sin 2a$; $\cos 2a$, biết $\sin a = \frac{1}{3}$ và $\frac{\pi}{2} < a < \pi$

Lời giải

$$\text{Vì } \frac{\pi}{2} < a < \pi \text{ nên } \cos a < 0.$$

$$\text{Mặt khác: } \sin^2 a + \cos^2 a = 1 \text{ suy ra } \cos a = -\sqrt{1 - \sin^2 a} = -\sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) = -\frac{4\sqrt{2}}{9};$$

$$\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a = 1 - 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{7}{9}.$$

Câu 2. **(1,0 điểm)** Giả sử một vật dao động điều hòa xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình $x = 3 \cos\left(4\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)$, với t là thời gian tính bằng giây và x là quãng đường tính bằng cm. Hãy cho biết trong khoảng thời gian từ 0 đến 5 giây, vật đi qua vị trí cân bằng bao nhiêu lần?

Lời giải

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ Tìm t sao cho $x = 0$, với $0 \leq t \leq 5$

$$\text{Ta có } x = 0 \Leftrightarrow 3 \cos\left(4\pi t - \frac{2\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow \cos\left(4\pi t - \frac{2\pi}{3}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow 4\pi t - \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow 4\pi t = \frac{7\pi}{6} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow t = \frac{7}{24} + \frac{1}{4}k \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Ta có } 0 \leq t \leq 5 \Leftrightarrow 0 \leq \frac{7}{24} + \frac{1}{4}k \leq 5 \Leftrightarrow -\frac{7}{24} \leq \frac{1}{4}k \leq \frac{113}{24} \Leftrightarrow -\frac{7}{6} \leq k \leq \frac{113}{6}$$

Mà $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{-1; 0; 1; \dots; 17; 18\}$, có 20 giá trị k thỏa mãn.

Vậy trong khoảng thời gian từ 0 đến 5 giây, vật đi qua vị trí cân bằng 20 lần.

Câu 3. **(1 điểm)** Cho phương trình $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$. Tính tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ của phương trình trên.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = x + \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{4} = \pi - x - \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Xét $x = \pi + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

Do $0 < x < \pi \Leftrightarrow 0 < \pi + k2\pi < \pi \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < k < 0$. Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên không có giá trị k .

Xét $x = \frac{\pi}{6} + k \frac{2\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z})$.

Do $0 < x < \pi \Leftrightarrow 0 < \frac{\pi}{6} + k \frac{2\pi}{3} < \pi \Leftrightarrow -\frac{1}{4} < k < \frac{5}{4}$. Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên có hai giá trị k là:
 $k = 0; k = 1$

Với $k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}$.

Với $k = 1 \Rightarrow x = \frac{5\pi}{6}$.

Do đó trên khoảng $(0; \pi)$ phương trình đã cho có hai nghiệm $x = \frac{\pi}{6}$ và $x = \frac{5\pi}{6}$.

Vậy tổng các nghiệm của phương trình đã cho trong khoảng $(0; \pi)$ là: $\frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} = \pi$.

Câu 4. **(0,5 điểm)** Xét tính tăng giảm của dãy số (u_n) với $u_n = n - \sqrt{n^2 - 1}$.

Dãy số (u_n) với $u_n = n - \sqrt{n^2 - 1}$

Ta có: $u_n = n - \sqrt{n^2 - 1} = \frac{n^2 - (n^2 - 1)}{n + \sqrt{n^2 - 1}} = \frac{1}{n + \sqrt{n^2 - 1}} \Rightarrow u_{n+1} = \frac{1}{(n+1) + \sqrt{(n+1)^2 - 1}}$

Để dàng ta có: $(n+1) + \sqrt{(n+1)^2 - 1} > n + \sqrt{n^2 - 1} \Rightarrow \frac{1}{(n+1) + \sqrt{(n+1)^2 - 1}} < \frac{1}{n + \sqrt{n^2 - 1}}$

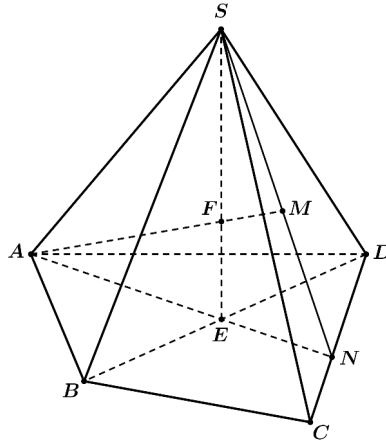
$\Rightarrow u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Từ đó suy ra dãy số (u_n) là dãy số giảm

Câu 5. **(1,0 điểm)** Trong mặt phẳng (α) , cho tứ giác $ABCD$. Gọi S là điểm không thuộc (α) , M là điểm nằm trong tam giác SCD .

a) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAM) và (SBD) .

b) Xác định giao điểm của AM và mặt phẳng (SBD) .

Lời giải



a) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAM) và (SBD) :

Gọi N là giao điểm của SM và CD , gọi E là giao điểm của AN và BD .

Rõ ràng $(SAM) \equiv (SAN)$. Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} E \in AN \Rightarrow E \in (SAM) \\ E \in BD \Rightarrow E \in (SBD) \end{array} \right\} \Rightarrow E \in (SAM) \cap (SBD) \quad (1)$$

Mặt khác: $S \in (SAM) \cap (SBD) \quad (2)$

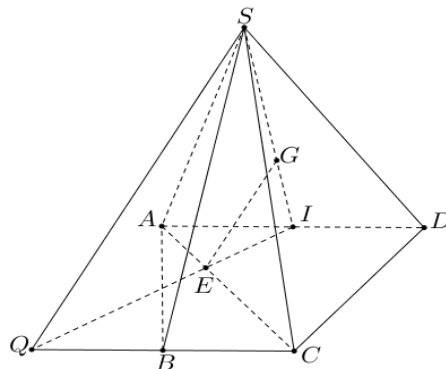
Từ (1) và (2) suy ra: $SE = (SAM) \cap (SBD)$.

b) Xác định giao điểm của AM và mặt phẳng (SBD) . Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} (SAM) \supset AM \\ (SAM) \cap (SBD) = SE \\ F \in AM \cap SE \subset (SAM) \end{array} \right\} \Rightarrow F = AM \cap (SBD)$$

Câu 6. (0,5 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với $AD \parallel BC$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAD ; E là điểm thuộc đoạn AC sao cho $EC = xEA, (x > 0)$. Tìm x để $GE \parallel (SBC)$.

Lời giải



Gọi I là trung điểm của cạnh AD .

Trong mặt phẳng $(ABCD)$ giả sử IE và BC cắt nhau tại điểm Q .

Dễ thấy $SQ = (IGE) \cap (SBC)$. Do đó: $GE \parallel (SBC) \Leftrightarrow GE \parallel SQ \Leftrightarrow \frac{IE}{IQ} = \frac{IG}{IS} \Rightarrow \frac{IE}{IQ} = \frac{1}{3}$ (1)

Mặt khác $\triangle EIA \sim \triangle EQC$ nên $\frac{EI}{EQ} = \frac{EA}{EC} = \frac{EA}{x \cdot EA} = \frac{1}{x}$ suy ra $EQ = x \cdot EI$.

$$\Rightarrow \frac{IE}{IQ} = \frac{IE}{IE + EQ} = \frac{IE}{IE + x \cdot IE} = \frac{1}{1+x} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{1}{1+x} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = 2$.

Vậy $GE \parallel (SBC) \Leftrightarrow x = 2$.