

**МЕТОДИЧНІ АСПЕКТИ ВИКОРИСТАННЯ СИСТЕМ
КОМП'ЮТЕРНОЇ МАТЕМАТИКИ У ПРОЦЕСІ
ВИВЧЕННЯ ФУНКЦІЙ У ЗАКЛАДАХ
ПРОФЕСІЙНОЇ (ПРОФЕСІЙНО-ТЕХНІЧНОЇ)
ОСВІТИ**

2024 р.

ЗМІСТ

ВСТУП	3
РОЗДІЛ I ТЕОРЕТИЧНИЙ АСПЕКТ	6
1. 1 Роль та місце систем комп'ютерної математики у навчанні	6
1. 2 Курс математики у системі підготовки фахівців закладів професійної (професійно-технічної) освіти	13
РОЗДІЛ II МЕТОДИЧНІ АСПЕКТИ ВИКОРИСТАННЯ СИСТЕМ КОМП'ЮТЕРНОЇ МАТЕМАТИКИ ПРИ ВИВЧЕННІ ФУНКЦІЙ ТА ЇХ ВЛАСТИВОСТЕЙ В ЗАКЛАДАХ ПРОФЕСІЙНОЇ (ПРОФЕСІЙНО-ТЕХНІЧНОЇ) ОСВІТИ	17
2. 1 Методичні аспекти використання систем комп'ютерної математики при вивченні теми «Степенева функція»	17
2. 2 Методичні аспекти використання систем комп'ютерної математики при вивченні теми «Тригонометрична функція»	31
2. 3 Методичні аспекти використання систем комп'ютерної математики при вивченні теми «Показникова функція»	40
2. 4 Методичні аспекти використання систем комп'ютерної математики при вивченні теми «Логарифмічна функція»	46
ВИСНОВКИ	52

СПИСОК
ДЖЕРЕЛ

ВИКОРИСТАНИХ 54

ВСТУП

У зв'язку з розвитком науки і техніки та стрімким прогресом інформаційних технологій нам доводиться щоденно обробляти великі обсяги інформації. З цієї причини від сучасної людини, особливо у професійній діяльності, вимагається вміння самостійно вирішувати проблеми, критично мислити та творчо використовувати набуті знання та вміння для вирішення проблем. Одним з найважливіших завдань сучасних закладів освіти є формування зрілої особистості, здатної до самоосвіти та саморозвитку.

Сучасні здобувачі освіти повинні вчитися самостійно знаходити, аналізувати, узагальнювати, систематизувати та застосовувати навчальний матеріал в різних життєвих ситуаціях.

Значну частину змістових ліній курсу «Алгебра і початки аналізу» займає функціональна лінія, яка не лише націлює на отримання знань, але й сприяє досягненню поставлених цілей. Оскільки більшість явищ та процесів можна описати за допомогою функцій, то дослідження функціональних залежностей і вивчення властивостей функцій дозволяє більш детально зрозуміти навколишній світ. Тема «Функції, їх властивості та графіки» має не лише освітню спрямованість, а й прикладну. У старшій школі здобувачі освіти не лише повторюють та систематизують свої знання стосовно функцій, а й поглиблюють та розширюють за рахунок вивчення нових класів функцій (тригонометричних, степеневих, показникових, логарифмічних).

Полегшити моделювання реальних процесів (через функції) можна за допомогою використання новітніх систем комп'ютерної математики (СКМ).

Вивченням історії створення, класифікації, сучасного стану СКМ займалися такі педагогічні дослідники, як Кравченко І.В, Микитенко В.І., Шишкіна М.П., Словак К. І., Семеріков С. О., Триус Ю. В., Ляхович І.

Над вивченням та порівнянням функціональних можливостей найпоширеніших систем комп'ютерної математики, визначенням переваг та недоліків таких систем займалися Юнчик В.Л, Федонюк А.А., Яцюк С.М.

А вивченням можливостей застосування та визначенням ролі СКМ в навчанні математики та в математичній освіті займалися Сінько Ю., Стьопкін А.В., Лук'янова Д.Ю., Шокалюк С.В., Хрипко Т.Є., Чалик М.В.

Організація навчання за допомогою інтерактивних комп'ютерних моделей, створених за допомогою систем динамічної математики, є перспективним напрямком у модернізації процесів вивчення і викладання математики.

При цьому, сучасний викладач повинен бути мобільним у питаннях предметно орієнтованого програмного забезпечення, щоб оперувати представленими інструментами та використовувати їх у процесі вивчення математичних дисциплін. Для цього він повинен мати доволі ґрунтовну підготовку (вміти робити раціональний вибір необхідного програмного забезпечення для розв'язування відповідної задачі; вміти підібрати нестандартні та творчі завдання; вміти здійснювати перевірку результатів за допомогою комп'ютерної програми; бути готовим до виникнення помилок при

застосуванні даних інструментів). Також окремим питанням є раціональне обрання етапів уроку на яких доцільно використовувати СДМ.

Тому залишається актуальною проблема застосування систем динамічної математики на різних етапах уроку, щоб оптимізувати та прикрасити навчальний процес, зацікавити та мотивувати здобувачів освіти, полегшити сприйняття матеріалу.

РОЗДІЛ І ТЕОРЕТИЧНИЙ АСПЕКТ

1. 1 Роль та місце систем комп'ютерної математики у навчанні

Сьогодні все більш актуальним стає питання застосування сучасних інформаційних технологій в освітньому процесі, оскільки постала необхідність освоєння закладами освіти сучасних форм організації навчального процесу.

Можна виокремити три шляхи, як технології змінюють природу математичної освіти.

По-перше, певні математичні навички зменшили своє значення. Час, витрачений на нудну роботу з папером і олівцем; обчислення (такі як довге ділення), побудови (такі як графічні представлення), - можна краще використовувати в зусиллях, орієнтованих на міркування та інтерпретацію.

По-друге, це педагогічна ідея про те, що математики можна навчати при ефективному використанні комп'ютера. Наприклад, можна включити візуальні та контекстуальні представлення, які раніше були недоступними. І викладачі можуть використовувати комп'ютерне моделювання, щоб надати здобувачам освіти можливість працювати над проблемними ситуаціями, які важко розв'язати без використання комп'ютерної техніки.

По-третє, деякі математичні теми та навички є більш доступними або можуть бути більш якісніше засвоєні з використанням технологій. Яскравим прикладом є аналіз даних. Інтернет забезпечує доступ до великої кількості інформації, яка в поєднанні з інструментами аналізу даних і комп'ютерними графіками й таблицями

дозволяє здобувачам освіти збирати, представляти, аналізувати, і інтерпретувати дані в більш ранньому віці та розширеними способами.

Для ефективного використання комп'ютера необхідно володіти практичними навичками роботи з комп'ютером, необхідно вміти володіти ефективними готовими програмами, які дозволяють вирішувати різноманітні проблеми. Використання комп'ютерних технологій у навчанні математики хвилює сьогодні багатьох викладачів. Незважаючи на розгортання в останні роки «комп'ютерного буму», що відкриває перед нами як перспективи застосування комп'ютерної техніки, так і труднощі, пов'язані з цією проблемою.

Існують різні думки щодо доцільності комп'ютерних технологій у навчанні математики. Крім того, тривалий час в закладах освіти використовувалися переважно класно-урочні і лекційно-семінарські форми навчання у традиційному форматі. Тому у викладачів виникають труднощі у швидкому освоєнні новітніх комп'ютерних технологій та їх практичного використання.

Але ж застосування інформаційно-комунікаційних технологій в щоденній роботі викладача, - це значне полегшення та економія часу (підготовка за допомогою комп'ютера простих дидактичних матеріалів, планів уроків, календарно-тематичного планування тощо). Уроки із застосуванням комп'ютерних технологій стають більш інтенсивними, ефективними та дають можливість розвивати у здобувачів освіти інтерес до предмету, пізнавальну активність, креативність. Також можна стверджувати, що заняття з використанням презентації постійно викликають інтерес у здобувачів освіти,

підвищують якість знань, лише необхідно дотримуватись вимог до створення презентації.

Серед переваг використання комп'ютерів у викладання математики можна відзначити можливість візуалізації графічних даних, швидкість і точність обчислень, різноманітність методів подання навчальної інформації, підвищення інформаційної культури здобувачів освіти, розширення діапазону прикладних навчальних завдань, підвищення інтересу до вивчення математики, підвищення самодіяльності здобувачів освіти. Серед труднощів використання комп'ютера у викладанні математики найбільш суттєвими є технічні проблеми, нерівність доступу та недостатня комп'ютерна грамотність викладачів.

Використання комп'ютерів переважно для обчислення, або для демонстрацій, що не супроводжуються дослідженнями та міркуваннями у навчанні математики серйозно підриває їх потенціал.

Коли ж здобувачі освіти ставлять запитання «а що відбудеться, якщо....» перед тестуванням ідеї, такої, наприклад, як зміна певного параметру даних при побудові графіка функцій, то це дає можливість спостерігати за зміною графіка, аналізувати результат та роботи певні висновки.

Сучасний викладач в наш час має можливість за допомогою програмних засобів продемонструвати різні геометричні об'єкти та процеси їх побудови, зокрема побудову графіків функцій або геометричних фігур, тим самим зацікавити здобувачів освіти до вивчення математики.

Здобувачів освіти доцільно залучати до навчання, шляхом використання під час уроків математики, програмними засобами. Для цього необхідний мультимедійний клас, у якому на робочому місці викладача встановлено комп'ютер, зображення з екрана монітора якого можна передавати через проектор (телевізор). Така мультимедійна система дає можливість у традиційній методиці проведення уроку використовувати сучасні інформаційні технології. Також вона дає можливість унаочнити навчальний матеріал [27, 67].

Проведення уроку у комп'ютерному класі передбачає індивідуальне використання здобувачем освіти комп'ютера на уроці, тим самим, дає йому можливість визначати темп своєї роботи з програмою.

Ефективне використання техніки на уроках математики залежить від викладача. Технологія не є панацеєю. Як і будь-який навчальний інструмент, її можна використовувати як добре, так і погано. Викладачі повинні застосовувати технології для покращення навчальних можливостей своїх здобувачів освіти шляхом підбору або створення математичних завдань.

Велике значення має поява інтегрованих програмних засобів з можливістю автоматизації управління процесом навчання, що дозволяє впроваджувати нові форми навчання та контроль знань, поєднуючи традиційні методи навчання з перевагами використання комп'ютерів.

За останні роки використання комп'ютерних технологій зазнало значних змін, основним результатом яких можна вважати наближення до комп'ютера кінцевого користувача. Поява прикладного програмного

забезпечення нового покоління дозволяє по-новому підійти до взаємодії користувача та комп'ютера, який не потребує втручання посередників в особі системного аналітика та програміста, які раніше становили дві проміжні ланки в ланцюзі комп'ютер/викладач; зникає різниця між розробниками програмного та методичного забезпечення та його користувачами (викладачами та здобувачами освіти). Словом, кожен викладач має реальну можливість розробляти свої освітні програмні продукти, адаптовані до конкретного навчального завдання.

При правильному використанні технологія розвиває, а не замінює математичне розуміння. Технологію слід використовувати як засіб, який сприяє ефективному вивченню математики, а не як об'єкт навчання сам по собі. Це механізм для доступу та обробки інформації, моделювання та дослідження математики та проведення математичних досліджень. Відповідно, викладачі повинні допомогти здобувачам освіти навчитися вирішувати, коли і як використовувати технологію.

В системі української математичної освіти фігурують терміни, які характеризують її інформатизацію. Серед них: програмні засоби математичного спрямування, під якими розуміють засоби, функціонал яких орієнтований на розв'язування певних класів математичних задач, та педагогічні програмні засоби, під якими розуміють різновид електронних освітніх ресурсів, які використовуються з певною педагогічною метою і слугують підтримкою освітнього процесу.

На сьогодні розроблено та використовується велика кількість педагогічних програмних засобів, як Derive, GeoGebra, Gran1, Gran-2D, Gran-3D, DG, Statgraph та ін.

Одні з них орієнтовані на фахівців досить високої кваліфікації в галузі математики, інші – на здобувачів освіти середніх навчальних закладів чи студентів вузів, які лише почали вивчати шкільний курс математики чи основи вищої математики.

Вимоги до ППЗ, орієнтованих на застосування у навчальному процесі з математики:

- шкільна спрямованість програмного засобу;
- методична доцільність;
- простий, інтуїтивно зрозумілий інтерфейс;
- україномовний інтерфейс;
- апаратна невибагливість;
- надійність та безпека експлуатації в умовах навчального комп'ютерного класу;
- програмна сумісність;
- наявність ліцензії на використання [26, 64].

Сучасний педагог повинен бути мобільним у питаннях предметно орієнтованого програмного забезпечення, щоб оперувати представленими інструментами та використовувати їх у процесі вивчення математичних дисциплін.

Для цього викладач математики повинен мати доволі ґрунтовну підготовку.

1. Використання ППЗ вимагає від викладача пошуку інноваційних форм і методів навчання.

2. Викладач повинен підібрати нестандартні та творчі завдання, зміст яких сприятиме розвитку спостережливості, умінню застосовувати наочно-образне мислення та ін.

3. Раціональний вибір програмного забезпечення для розв'язування тієї чи іншої задачі.

4. Викладач повинен вміти здійснювати перевірку результатів розв'язання задачі за допомогою комп'ютерної програми.

5. Бути готовим до вирішення стандартних помилок при застосуванні комп'ютерних інструментів.

Але ж використання ППЗ в процесі навчання математики має і позитивні сторони:

1. Використання ППЗ на уроках математики забезпечує сприятливий мікроклімат для створення проблемних творчих ситуацій, розвитку творчих математичних здібностей здобувачів освіти та їх залучення до навчально-пізнавально-дослідницької діяльності.

2. Викладач отримує потужний інструмент для індивідуалізації та диференціації навчально-виховного процесу; для створення наочності, яка є важливим супроводом як нового знання, так і на етапі закріплення матеріалу; зменшується час на етапі контролю знань.

3. Використання ППЗ дає можливість кожному здобувачу освіти працювати згідно своїх можливостей, будувати власну траєкторію навчання, широко використовувати знання, вміння та навички при вивченні інших навчальних дисциплін [32, 48].

4. Викладач перестає бути «відтворювачем» знань, він стає модератором, який здійснює підтримку і організацію роботи класу. Не «наповнює» здобувачів освіти знаннями, а навчає знаходити інформацію і критично опрацьовувати її.

1. 2 Курс математики у системі підготовки фахівців закладів професійної (професійно-технічної) освіти

Освітня реформа в Україні, яка зараз відбувається, призведе до поділу шкіл на три ступені. Цей процес буде проходити поступово і до 2027 року буде створено мережу ліцеїв. Деяким пощастить, і вони з першого класу будуть навчатись у ліцеях. А інші ж будуть змушені після 9-го класу шукати собі інше місце навчання, та вступати до ліцеїв за спеціальним конкурсом. І не всі зможуть пройти такий конкурс і єдине, що залишається таким випускникам – це йти до закладів професійної (професійно-технічної) освіти. Та й раніше, заклади професійної (професійно-технічної) освіти часто називали «останнім варіантом» тих, кому набридла школа, але десь навчатися все ж треба. В уявленні суспільства вони були непривабливими та мали дуже необ'єктивну характеристику. Але це все стереотипи, які не відповідають сучасній реальності. І зараз, заклади професійної (професійно-технічної) освіти – це сучасне освітнє середовище, модернізована матеріально-технічна база як майстерень так і навчальних кабінетів, це STEM-центри, це сучасні засоби навчання, це Навчально-практичні центри, створені на базі ЗП(ПТ)О.

Тому нинішні реалії диктують і нові вимоги до викладання як загальнотехнічних та спеціальних предметів так і загальноосвітніх предметів у ЗП(ПТ)О.

Отримавши неповну середню освіту в школі, сучасний випускник йде до закладу професійної (професійно-технічної) освіти, щоб отримати професію, не приділяючи достатньої уваги загальноосвітній підготовці,

яка входить до навчального плану. Сучасний здобувач освіти ЗП(ПТ)О не бачить сенсу вивчати курс математики, бо вважає його «непотрібним» у подальшій професійній діяльності [1, 64]. Для підвищення мотивації, інтересу та розвитку математичної компетентності здобувачів освіти необхідно підходити нестандартно до викладання курсу математики.

Викладання загальноосвітніх предметів у закладах професійної (професійно-технічної) здійснюється одночасно з професійно-теоретичною та професійно-практичною підготовкою. І дуже важливо, щоб ці напрямки навчання не поєднувалися механічно, не протистояли один одному, а зближались, взаємодоповнювали один одного, поєднували свої цілі і завдання.

Процес інтеграції змісту загальної та професійної освіти, диференціації наукових та технічних знань вносить якісні зміни і процеси навчання в межах чинних навчальних планів і програм. І саме взаємозв'язок загальної та професійної освіти, їх співвідношення можливий через принцип професійної спрямованості.

Він полягає у такій організації навчання, при якому, не порушуючи змісту та поетапності викладання предмета, показує його практичне застосування в тій чи іншій галузі виробництва. Тобто, основними принципами викладання математики є забезпечення зв'язку із змістом професійної освіти, відповідно вимогам кваліфікаційних характеристик і задоволення потреб предметів професійно-теоретичного циклу щодо аналізу технологічних процесів, які вивчаються [4, 15].

Цього можна досягти, якщо:

1) вивчаючи певні явища та процеси під час вивчення курсу математики, здійснювати їх закріплення на уроках професійно-теоретичної підготовки;

2) показати практичне використання знань отриманих при вивченні математики в професійній діяльності;

3) складати задачі прикладного характеру із професійно-спрямованим змістом та виконувати розрахунки пов'язані із обраною професією;

4) використовувати інформаційно-комунікаційних технологій із загальноосвітніх предметів з ілюстрацією в них наступності та взаємозв'язку основ математики і професійних знань відповідно до профілю навчального закладу.

Досить часто, коли в процесі професійної підготовки здобувачів освіти ЗП(ПТ)О виникає потреба здійснити глибокі зв'язки предметів загальноосвітньої та професійної підготовки, викладачі можуть використати бінарні уроки, їх ще називають інтегрованими. В системі ЗП(ПТ)О такі уроки можуть проводити викладачі загальнотехнічних чи спеціальних предметів спільно з викладачами математики.

Отже, при підготовці кваліфікованих робітників, викладання математики повинно бути професійно спрямованим, що є не лише вимогою ринку праці, але й потребою сьогодення. Саме математична підготовка розвиває та вдосконалює навички самостійної роботи; сприяє координації дій відповідно до зміни ситуації; формує навички дотримання технології послідовності виконання робіт; навички розрахункового характеру.

Якщо з професійною спрямованістю, яка досягається за рахунок інтеграції математики і професійно-теоретичної підготовки, використовувати ще й інформаційно-комунікаційні технології, то це сприятиме підготовці висококваліфікованого та конкурентоспроможного фахівця. Крім того, поєднання інноватики в навчанні поряд із його професійною спрямованістю дає змогу підвищити результативність навчання, посилює мотивацію здобувачів освіти до навчання, самоосвітньої діяльності, сприяє формуванню зацікавленості не лише предметом, але й обраною професією загалом.

Найбільшого педагогічного ефекту можна досягти за умов диференційованого та комплексного використання можливостей засобів цифрових освітніх ресурсів під час організації різних форм діяльності на уроці. Інформатизація навчання суттєво змінює форми, методи та зміст навчання, але її впровадження у навчальний процес не може замінити викладача, його роль не знижується, а змінюється.

РОЗДІЛ II. МЕТОДИЧНІ АСПЕКТИ ВИКОРИСТАННЯ СИСТЕМ КОМП'ЮТЕРНОЇ МАТЕМАТИКИ ПРИ ВИВЧЕННІ ФУНКЦІЙ ТА ЇХ ВЛАСТИВОСТЕЙ В ЗАКЛАДАХ ПРОФЕСІЙНОЇ (ПРОФЕСІЙНО-ТЕХНІЧНОЇ) ОСВІТИ

2. 1 Методичні аспекти використання систем комп'ютерної математики при вивченні теми «Степенева функція»

Система динамічної математики GeoGebra - це один із засобів ІКТ навчання математики, який рекомендований навчальною програмою з математики для учнів 10-11 класів закладів загальної середньої освіти. Вона містить великий потенціал інструментарію для використання на уроках математики. Це надає навчальному процесу дослідницького характеру через використання параметрів як інструментів дослідження [24, с. 18].

Ще однією якісною та потужною системою комп'ютерної математики є Advanced Grapher. Підтримує побудову графіків та дослідження функцій (знаходження нулів і екстремумів функцій, точок перетину графіків, знаходження похідних та інш.).

Оскільки майбутні кваліфіковані робітники повинні чітко усвідомлювати практичні можливості використання математичних методів та комп'ютерної техніки у сфері своєї професійної діяльності, то саме використання СДМ під час викладання курсу математики сприятиме поєднанню декількох предметів (в тому числі і предметів професійно-теоретичного циклу) та цілісності підготовки здобувачів освіти; сприяє формуванню професійної компетентності та мобільності у прийнятті

результативних рішень; сприяє розвитку аналітичного мислення та креативності під час вирішення професійних завдань.

Досвід викладачів показує, що вивчення деяких розділів курсу математики з використанням лише традиційних засобів навчання викликає певні труднощі у здобувачів освіти щодо сприйняття та практичного застосування навчального матеріалу. До таких розділів можна віднести всю функціональну змістову лінію, що проходить через весь курс алгебри і початків аналізу. І саме візуальна форма подачі розв'язування завдань, виконання якісних креслень до графічних задач, подача рухомих зображень, - забезпечує ефективне засвоєння здобувачами освіти начального матеріалу.

СДМ у своєму арсеналі містить великий набір інструментів для створення динамічних комп'ютерних моделей (ДКМ). На сучасному етапі розвитку математичної освіти саме використання ДКМ в процесі навчання є однією з передумов підвищення його результативності. Створені моделі в подальшому можна використовувати як дидактичний матеріал на уроках математики. При зміні значень параметрів введених в функцію (за допомогою повзунків) зазнають і відповідних змін графіки функцій і формула. Саме на цьому етапі викладач пропонує здобувачам освіти провести невеличке дослідження з метою отримання нових графіків функцій ($y = a \cdot f(x)$, $y = f(x) + c$, $y = a \cdot f(x + b)$ з графіка функції $y = f(x)$).

Завдання може бути таким:

1. Змініть за допомогою повзунка значення параметра a .

2. Надайте йому спочатку додатних, а потім від'ємних значень.
3. Проаналізуйте, що відбувається з графіком. Зробіть висновки.
4. Аналогічні дії виконайте з параметрами b і c .
5. Сформулюйте правила отримання нових графіків функцій [18].

Створення здобувачами освіти подібних моделей сприятиме засвоєнню математичних формул та алгоритмів побудови; розумінню раціонального застосування систем динамічної математики при розв'язуванні задач на побудову; розвиватиме пошукові та творчі здібності здобувачів освіти.

При вивченні тем функціональної змістової можна виокремити декілька етапів уроку, на яких застосування систем динамічної математики буде більш доцільним:

- етап актуалізації опорних знань,
- етап мотивації,
- етап повідомлення нового матеріалу,
- етап осмислення змісту і послідовності застосування способів виконання завдання,
- етап застосування вивченого матеріалу.

Степенева функція є важливим етапом вивчення курсу математики. Графіки цієї функції дозволяють візуально уявити поведінку степеневої функції, а також використовувати її властивості для вирішення практичних задач.

Вони мають широке застосування в різних галузях науки та техніки, тобто вивчення цієї теми можна проводити в інтеграції з предметами професійного спрямування.

Сучасний ринок праці вимагає від ЗП(ПТ)О підготовку компетентного фахівця, який вміє працювати з графіками, діаграмами та рисунками; вміє не лише їх «читати», але й створювати. Тобто, саме функціональна змістова лінія в курсі алгебри лежить в основі розвитку графічної культури здобувачів освіти.

Розглянемо декілька прикладів використання СДМ GeoGebra на етапі повідомлення (вивчення) нового матеріалу з теми «Степенева функція».

Вивчення теми «Степеневі функції, їх властивості та графіки» доцільно розпочати із розгляду степеневої функції ($y = x^{\alpha}$) при різних числах α (α – раціональне число). При цьому потрібно розібрати декілька випадків:

1) Якщо $\alpha = 0$, тоді отримаємо $y = x^0$. На цьому етапі потрібно зауважити, що функція визначена для всіх x окрім 0 (вираз 0^0 не має змісту). При цьому функція буде набувати лише одного значення $x^0 = 1$. Оскільки на цьому етапі (вивчення нового матеріалу) уроку засвоєння нових знань доцільніше застосовувати пояснювально-ілюстративний виклад матеріалу, то скористаємося для цього СДМ GeoGebra. Для цього в строчці «Введення» вводимо $y = x^0$. Результатом буде пряма лінія ($y=1$).

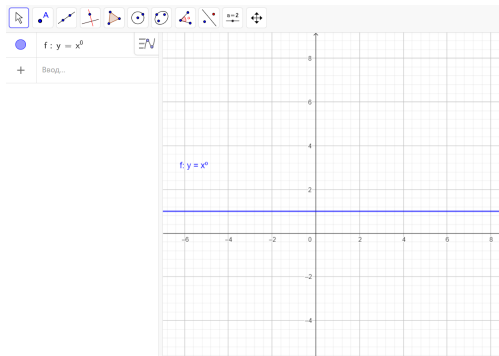


Рис. 2.1 Побудова графіка функції $y = x^0$

2) Другим етапом потрібно розглянути варіант, коли α – ціле від'ємне число. Тут потрібно акцентувати увагу на тому, що функція визначена для всіх x (окрім $x = 0$). І тут можна запропонувати здобувачам освіти разом побудувати графік функції, наприклад, $y = x^{-4}$ та визначити його властивості.

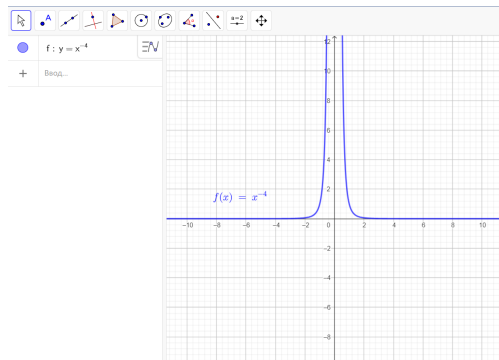


Рис. 2. 2 Побудова графіка функції $y = x^{-4}$

Аналізуючи отриманий графік, здобувачі освіти, за допомогою викладача, вказують на те, що функція парна

(графік симетричний відносно осі ординат); зазначають інтервали спадання $(0; +\infty)$ та зростання функції $(-\infty; 0)$. Викладач узагальнює отримані результати і підводить підсумки (такі ж властивості має функція з цілим від'ємним парним числом α).

Наступним кроком, пропонуємо здобувачам освіти побудувати та проаналізувати графік функції $y = x^{-3}$.

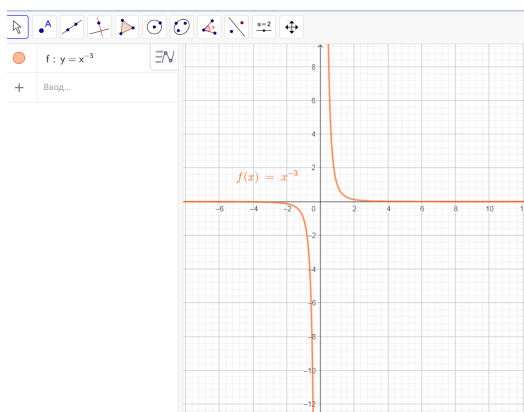


Рис. 2. 3 Побудова графіка функції $y = x^{-3}$

Діти, за допомогою викладача, звертають увагу на те, що отриманий графік функції - гіпербола, функція непарна (графік симетричний відносно початку координат); зазначають лише інтервали спадання $((-\infty; 0)$ та $(0; +\infty)$). Узагальнюючи результати, приходять до висновку, що такі властивості матиме функція $y = x^{\alpha}$, де α ціле, від'ємне, непарне число.

3) Наступним кроком є розгляд функції $y = x^{\alpha}$ з не цілим, додатнім числом α . Тут можна запропонувати побудувати графіки $y = x^{\frac{2}{3}}$ та $y = x^{\frac{3}{2}}$ на одному графічному

полотні СДМ Geogebra та проаналізувати. Для більш наочного сприйняття цих графіків можна запропонувати зобразити і графік $y=x$.

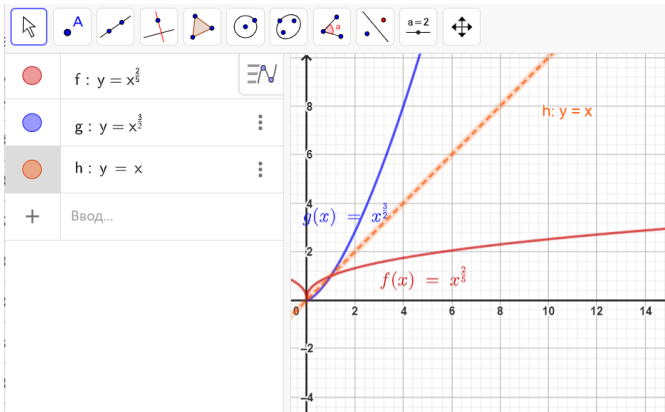


Рис. 2. 4 Побудова графіків функції $y = x^{\frac{2}{3}}$ та $y = x^{\frac{3}{2}}$

За графіком здобувачі освіти визначають область визначення $[0; +\infty)$. Викладач акцентує увагу, що функція - ні парна, ні непарна (область визначення не симетрична відносно 0).

На кінцевому етапі розгляду даної функції викладач робить висновок про те, якщо $0 < \alpha < 1$, графік буде мати вигляд:

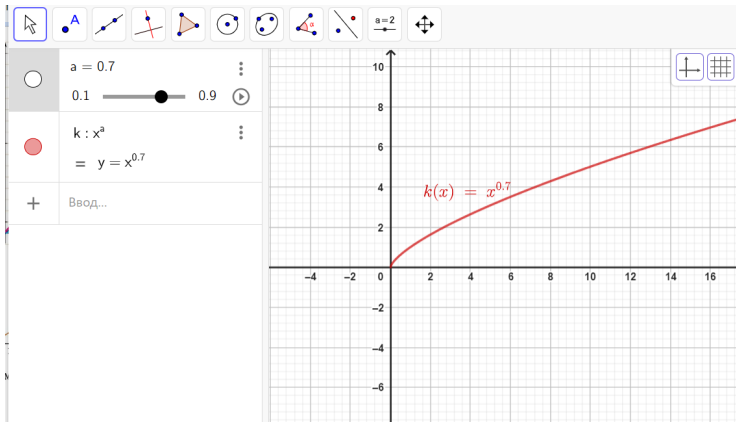


Рис. 2. 5 Побудова графіка функції $y = x^\alpha$, якщо $0 < \alpha < 1$

Якщо ж $\alpha > 1$ та α – не ціле число, то графік функції $y = x^\alpha$ матиме вигляд:

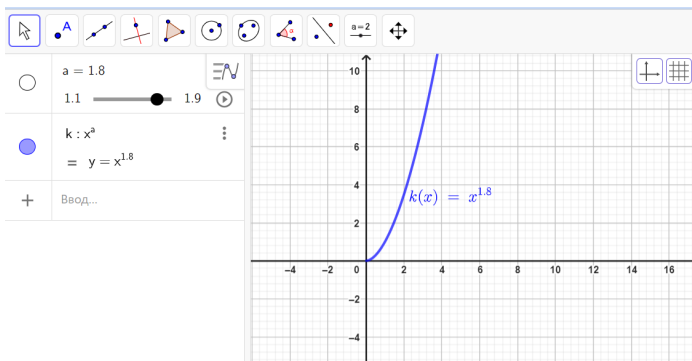


Рис. 2. 6 Побудова графіка функції $y = x^\alpha$, якщо $\alpha > 1$

4) Також необхідно розглянути варіант коли α не ціле, від'ємне число. Наприклад, разом із здобувачами освіти, побудувати графік функції $y = x^\alpha$, при цьому зазначити, що $-0,9 < \alpha < -0,1$. Згідно отриманого графіку

зробити висновок: функція ні парна, ні непарна; область визначення $(0; +\infty)$; функція спадна на проміжку $(0; +\infty)$.

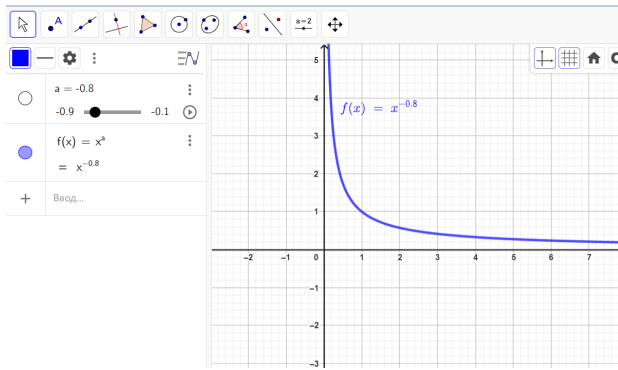


Рис. 2. 7 Побудова графіка функції $y = x^\alpha$, якщо $-0,9 < \alpha < -0,1$

На етапі осмислення змісту і послідовності застосування способів виконання завдання здобувачам освіти доцільно запропонувати виконання такої вправи:

Побудувати графік функції $y = x^{\frac{1}{6}}$. Відповідно до графічного зображення знайти значення функції для заданого значення аргументу $(1; 10)$; знайти значення аргументу, що відповідають значенням функції $(0,4; 1,3)$.

Для вирішення цього завдання, здобувачам освіти пропонується спочатку обговорити властивості даної функції (функція виду $y = x^\alpha$, де α – не ціле, додатне число ($0 < \alpha < 1$), область визначення - $[0; +\infty)$, функція ні парна, ні непарна) та алгоритм виконання завдання:

1) побудувати графік функції $y = x^{\frac{1}{6}}$. Та прямі $x = 1$ та $x = 10$;

2) отримати значення функції в точках перетину (використати функцію *Перетин* на панелі інструментів) побудованих графіків.

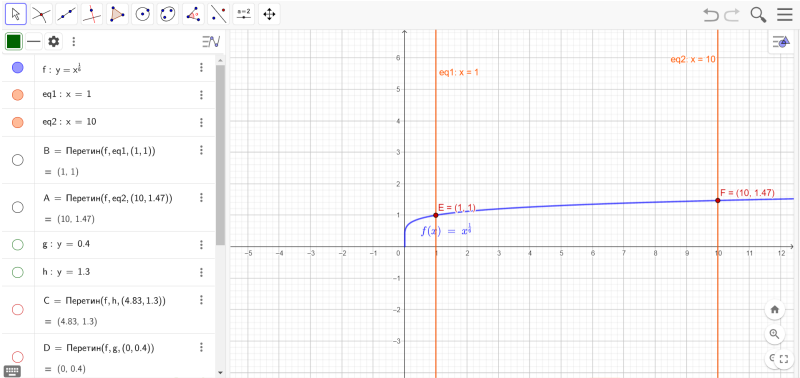


Рис.2. 8 Знаходження точок перетину графіка функції $y = x^{\frac{1}{6}}$ і прямих $x = 1$ та $x = 10$

Аналогічно до першого завдання, здобувачі освіти пропонують алгоритм виконання другого (знаходження значення аргументу, що відповідають значенням функції 0,4; 1,3):

- 1) побудувати $y = 0,4$ та $y = 1,3$;
- 2) знайти точки перетину графіка функції $y =$

$x^{\frac{1}{6}}$ та прямих $y = 0,4$, $y = 1,3$.

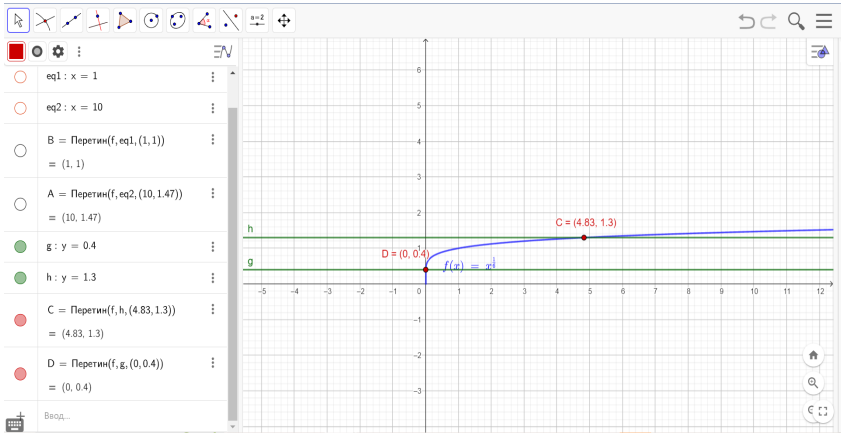


Рис. 2. 9 Знаходження точок перетину графіка функції $y = x^{\frac{1}{6}}$ і прямих $y = 0,4$ та $y = 1,3$

Кінцевим етапом розв'язування завдання буде підведення підсумків і обговорення отриманих результатів (1) при $x=1$, $y=1$; при $x=10$, $y=1,47$. 2) при $y=0,4$, $x=0$; при $y=1,3$, $x=4,83$). Тут можна акцентувати увагу на те, що отримані результати будуть більш точними, якщо побудову графіків функцій виконувати на платформі СДМ Geogebra.

Наступний приклад розв'язування завдання з теми «Степенева функції, властивості та графіки» із використанням СДМ Geogebra можна розглянути на уроці застосування знань, умінь і навичок на етапі самостійного виконання здобувачами освіти під контролем викладача. При цьому доцільно застосувати груповий метод навчання, який сприятиме активізації пізнавальної діяльності.

За допомогою СДМ Geogebra:

- 1) Побудуйте графіки функцій $y = x^{0,9}$ (I група), $y = x^{-\frac{3}{5}}$ (II група), $y = x^{1,3}$ (III група), $y = x^{-3}$ (IV група);
- 2) Знайдіть значення функції, що відповідають значенню аргументу $x = 1$, $x = 2$, $x = 5$;
- 3) Знайдіть значення аргументу, що відповідає значенню функції $y = 0,5$; $y = 2$; $y = 3$.
- 4) Знайдіть наближений розв'язок рівняння:
 - I група: $x^{0,9} = 1,5$; $x \approx$
 - II група: $x^{-\frac{3}{5}} = 0,5$; $x \approx$
 - III група: $x^{1,3} = 5$; $x \approx$
 - IV група: $x^{-3} = 3$; $x \approx$

До виконання першого завдання здобувачі освіти аналізують отримані для побудови графіки заданих функцій:

I група – графік $y = x^{\alpha}$, α – не ціле, додатнє число; область визначення $[0; +\infty)$; функція ні парна, ні непарна;

II група – графік $y = x^{\alpha}$, α – не ціле, від'ємне число; область визначення $[0; +\infty)$; функція ні парна, ні непарна; зростаюча на проміжку $[0; +\infty)$;

III група – графік $y = x^{\alpha}$, $\alpha > 1$ та α – не ціле, додатнє число; область визначення $[0; +\infty)$; функція ні парна, ні непарна; зростаюча на проміжку $[0; +\infty)$;

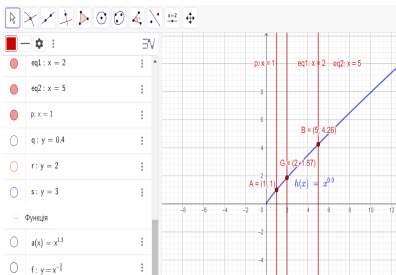
IV група – графік $y = x^{\alpha}$, де α – ціле, від'ємне число; функція визначена для всіх x (окрім $x = 0$); парна; інтервали спадання $(0; +\infty)$ та зростання функції $(-\infty; 0)$.

Здобувачі освіти, об'єднані в чотири групи, виконують побудову в середовищі СДМ Geogebra відповідного графіка функції: $y = x^{0,9}$ (I група), $y = x^{-\frac{3}{5}}$ (II група), $y = x^{1,3}$ (III група), $y = x^{-3}$ (IV група).



Рис. 2. 10 Побудова графіків функцій $y = x^{0,9}$, $y = x^{-\frac{3}{5}}$, $y = x^{1,3}$, $y = x^{-3}$

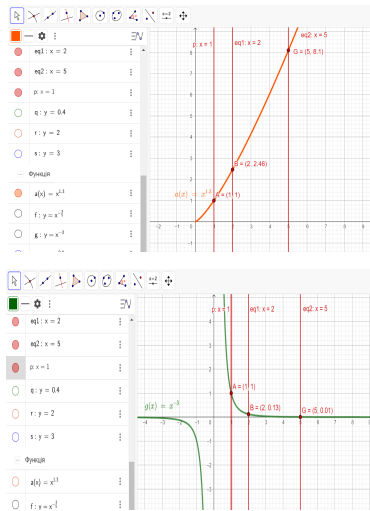
Наступним кроком будують прямі $x = 1$, $x = 2$, $x = 5$ та за допомогою функції *Перетин* (на панелі інструментів) позначають точки їх перетину з відповідними графіками.



а)



б)

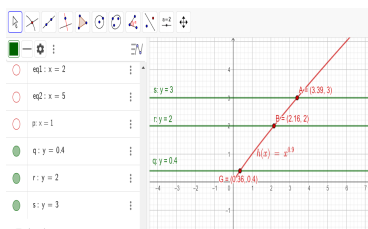


в)

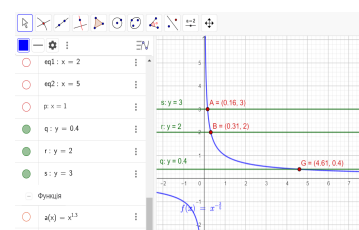
г)

Рис. 2. 11 Знаходження точок перетину графіків функцій $y = x^{0,9}$ (а); $y = x^{-\frac{3}{5}}$ (б); $y = x^{1,3}$ (в); $y = x^{-3}$ (г) і прямих $x = 1$, $x = 2$, $x = 5$.

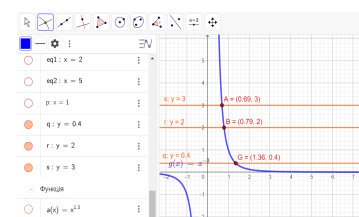
При виконанні третього завдання здобувачі освіти побудують прямі $y = 0,4$, $y = 2$, $y = 3$; а потім знаходять точки їх перетину з відповідними графіками функції.



а)



б)



в)

г)

Рис. 2. 12 Знаходження точок перетину графіків функцій $y = x^{0.9}$ (а); $y = x^{-\frac{3}{5}}$ (б); $y = x^{1.3}$ (в); $y = x^{-3}$ (г) і прямих $y = 0.4$, $y = 2$, $y = 3$.

При виконанні четвертого завдання, викладач пропонує спочатку здобувачам освіти знайти наближене

значення стандартним способом, а вже потім виконати за допомогою СДМ Geogebra (необхідно побудувати додаткові прямі і знайти точки їх перетину з відповідними графіками функції). Здобувачі освіти аналізують отримані результати і приходять до висновку, що за допомогою систем динамічної математики доцільніше знаходити наближений розв'язок рівняння виду : $x^{\alpha} = k$, де $k \in \mathbb{R}$ (більш точнішим буде результат).

2. 2 Методичні аспекти використання систем комп'ютерної математики при вивченні теми «Тригонометрична функція»

Тригонометричні функції мають вагомe освітнє та виховне значення.

Під час вивчення даної теми здобувачі освіти навчаються розпізнавати та схематично будувати графіки тригонометричних функцій; ілюструвати властивості тригонометричних функцій за допомогою графіків, застосовувати тригонометричні функції до опису реальних процесів.

Саме тут доцільно приділяти більше уваги «наочній» інформації, тому що більшість здобувачів освіти просто не розуміють навіщо необхідна тригонометрія і просто намагаються запам'ятати формули.

Їх вивчення сприяє розширенню та поглибленню знань здобувачів освіти в області функцій, а також активізує розвиток функціонального мислення. Окрім цього, дає можливість наочно продемонструвати основні загальнофункціональні властивості (парність і непарність, монотонність та періодичність). І найголовніше, сприяє усвідомленню практичного застосування при вивченні предметів професійно-теоретичного блоку.

Перед початком вивчення перетворень графіків тригонометричних функцій доцільно провести етап актуалізації опорних знань з використанням СДМ GeoGebra. Цей етап сприятиме усвідомленню здобувачів освіти системи навчального предмета та взаємозв'язку між його частинами, підготує їх до усвідомленого сприйняття

нового матеріалу та допоможе викладачу з'ясувати наявність прогалин у знаннях та вчасно відкорегувати їх.

Здобувачі освіти пригадують все те, що вони пам'ятають про перетворення графіків функції з раніше вивчених тем (стискання, розтяг, паралельне перенесення). Викладач лише корегує їхні знання та демонструє завчасно підготовлені фрагменти графіків функції:

1) $y=f(x\pm k)$ – можна отримати, виконавши паралельне перенесення графіка $y=f(x)$ вліво чи вправо на k одиниць. Для більш наочного сприйняття кінцевого результату викладач демонструє, наприклад, графік функції $y=\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$. При цьому викладач у другому фрагменті ввів деякий параметр $-\pi < k < \pi$, який надасть можливість здобувачам освіти спостерігати за перетворенням графіка функції при його зміні.

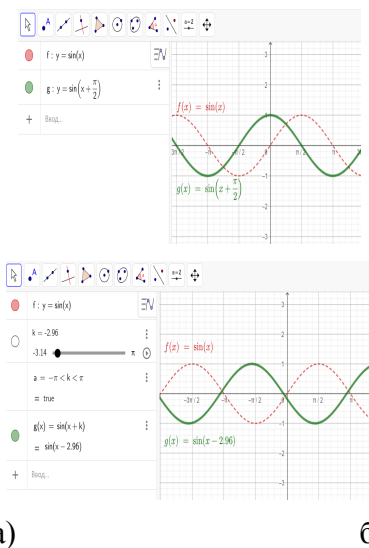
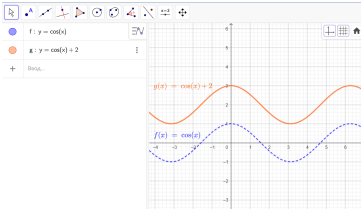
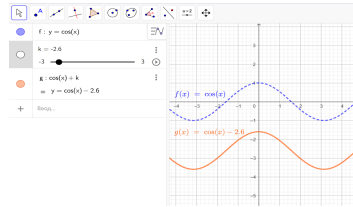


Рис. 2. 13 Демонстрація графіків функцій $y=\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$ (а) та $y=\sin(x+k)$ (б) при $-\pi < k < \pi$

2) $y=f(x)\pm k$ – можна отримати при паралельному перенесенні вгору чи вниз на k одиниць. Викладач демонструє, наприклад, графіки функцій $y=\cos x + 2$ та $y=\cos x + k$, де $-3 < k < 3$.



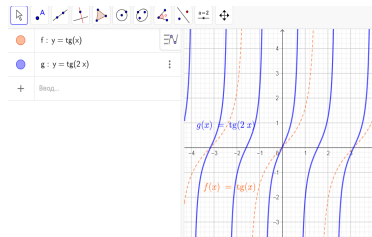
а)



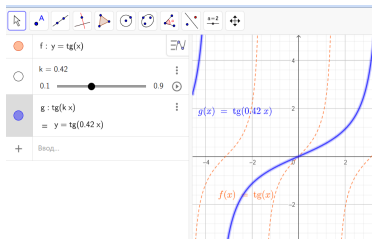
б)

Рис. 2. 14 Демонстрація графіків функцій $y=\cos x + 2$ (а) та $y=\cos x + k$ (б) при $-3 < k < 3$

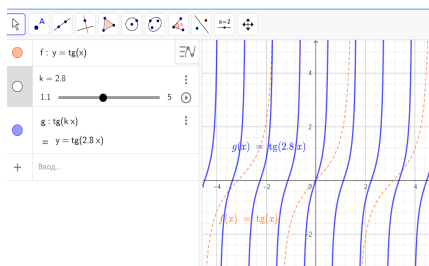
3) $y=f(kx)$ – можна отримати, стиснувши ($k > 1$) або розтягнувши ($0 < k < 1$) графік функції $y=f(x)$ вздовж осі Ox . Викладач демонструє, наприклад, графіки функцій $y=\tan 2x$ та $y=\tan kx$, при $0 < k < 1$ та $k > 1$



а)



б)

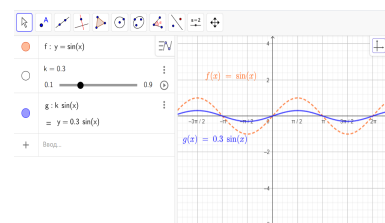
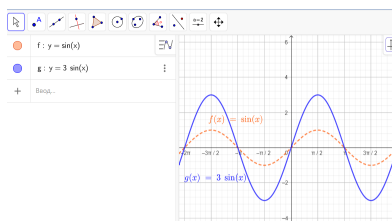


в)

Рис. 2. 15 Демонстрація графіків функцій $y = \operatorname{tg} 2x$ (а);

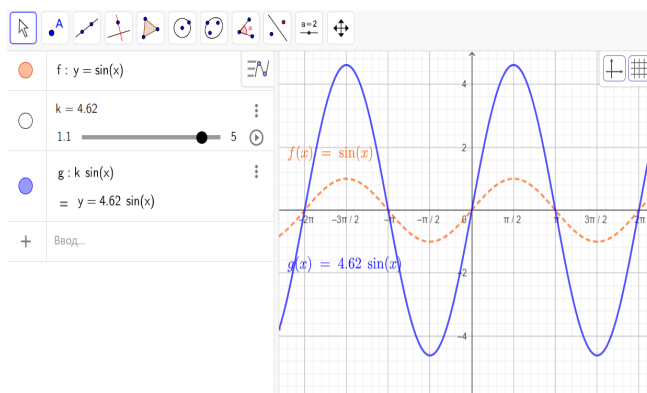
$y = \operatorname{tg} kx$, при $0 < k < 1$ (б); при $k > 1$ (в)

4) $y = kf(x)$ – можна отримати, стиснувши ($0 < k < 1$) або розтягнувши ($k > 1$) графік функції $y = f(x)$ вздовж осі Оу. Викладач демонструє за допомогою системи динамічної математики, наприклад, графіки функцій $y = 3 \sin x$ та $y = k \sin x$, при $0 < k < 1$ та $k > 1$.



а)

б)



в)

Рис. 2. 16 Демонстрація графіків функцій $y = 3\sin x$ (а);
 $y = k \sin x$ при $0 < k < 1$ (б); при $k > 1$ (в)

5) $y = -f(x)$ – можна отримати симетрично графіку функції $y = f(x)$ відносно осі. Викладач демонструє за допомогою системи динамічної математики, наприклад, $y = -\operatorname{ctg} x$.

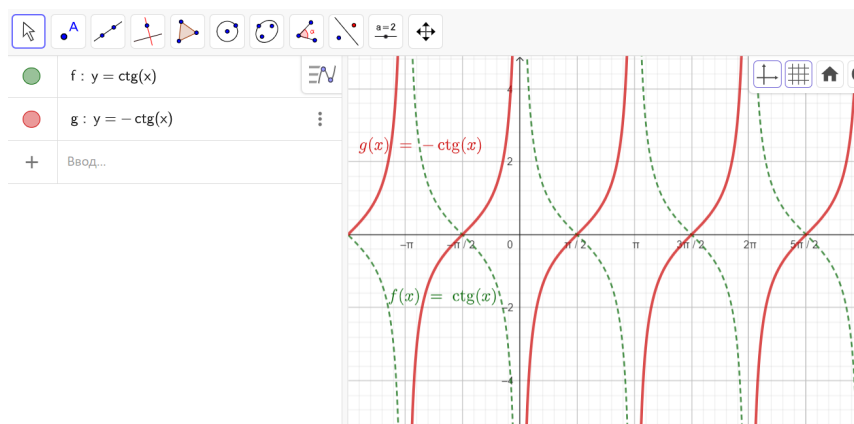


Рис. 2. 17 Демонстрація графіка функції $y = -\operatorname{ctg} x$

6) $y = f(-x)$ – можна отримати симетрично графіку функції $y = f(x)$ відносно осі. Викладач демонструє за допомогою системи динамічної математики, наприклад, $y = \sin(-x)$.

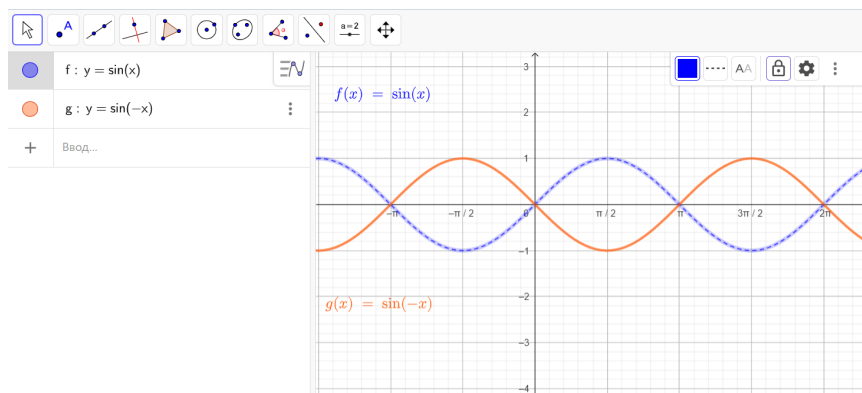


Рис. 2. 18 Демонстрація графіка функції $y = \sin(-x)$.

Така актуалізація знань підштовхує здобувачів освіти перевірити свої знання та усвідомлено віднестися до вивчення нової теми.

Наступний приклад можна розглянути на етапі самостійного виконання здобувачами освіти практичного завдання під керівництвом викладача (урок застосування знань, умінь та навичок).

Побудуйте графік функції $y = 3\cos\left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{4}\right) - 2$.

Для побудови графіка $y = 3\cos\left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{4}\right) - 2$ спочатку пропонується скласти алгоритм перетворення:

1) $y = \cos x \rightarrow y = \cos \frac{x}{3}$ (розтягнення графіка функції $y = \cos x$ вздовж осі Ox);

- 2) $y = \cos \frac{x}{3} \rightarrow y = \cos \left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{4} \right)$ (паралельне перенесення графіка $y = \cos \frac{x}{3}$ вправо вздовж осі абсцис на $\frac{\pi}{4}$ одиниць);
- 3) $y = \cos \left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{4} \right) \rightarrow y = 3 \cos \left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{4} \right)$ (розтягнення графіка функції $y = \cos \left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{4} \right)$ у 3 рази вздовж осі ординат)
- 4) $y = 3 \cos \left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{4} \right) \rightarrow y = 3 \cos \left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{4} \right) - 2$ (паралельне перенесення на 2 одиниці вниз графіка функції $y = 3 \cos \left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{4} \right)$ вздовж осі ординат).

Відповідно до створеного алгоритму здобувачі освіти виконують завдання за допомогою системи динамічної математики Geogebra та послідовно демонструють на кожному етапі проміжні графіки функцій.

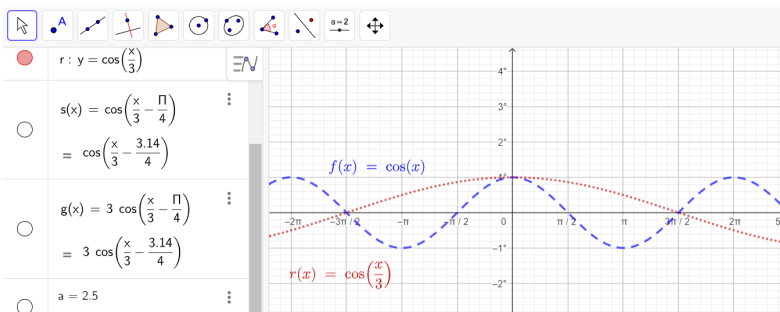


Рис. 2. 19 Побудова графіка функції $y = y = \cos \frac{x}{3}$

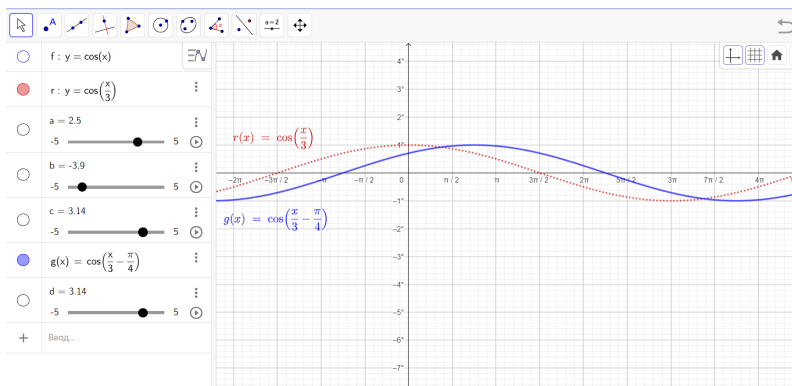


Рис. 2. 20 Побудова графіка функції $y = \cos\left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{4}\right)$

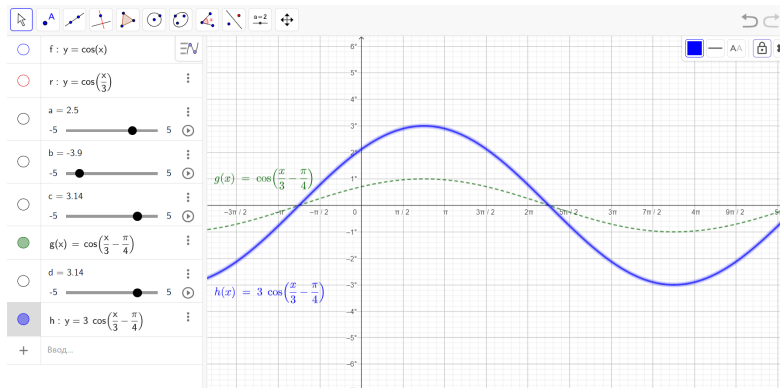


Рис. 2. 21 Побудова графіка функції $y = 3\cos\left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{4}\right)$

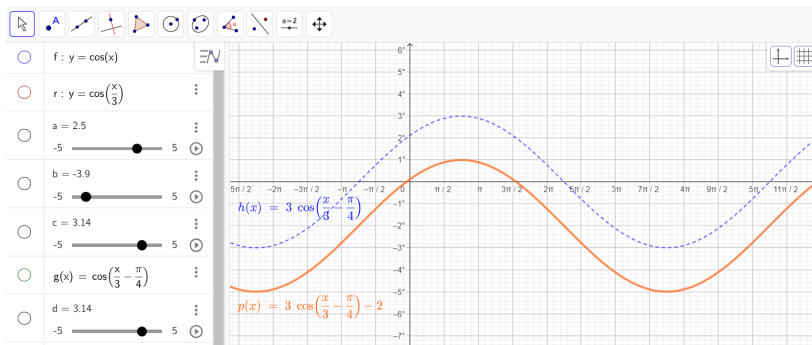


Рис. 2. 22 Побудова графіка функції $y = 3\cos\left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{4}\right) - 2$.

Далі можна запропонувати здобувачам освіти ввести певні параметри a і b ($y = a \cdot \cos\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{4}\right) - b$), які нададуть можливість послідовно спостерігати за зміною графіка функції при їх зміні.

Здобувачі освіти, ввівши параметр a ($y = a \cdot \cos\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{4}\right) - 2$), аналізують зміну графіка функції, пересуваючи повзунок вправо (можна спостерігати розтягнення графіка функції вздовж осі ординат).

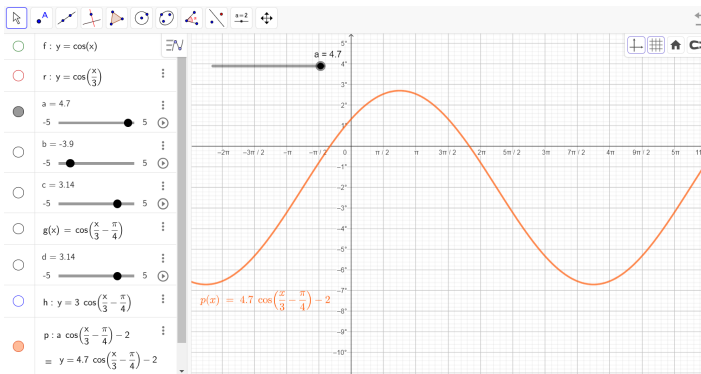


Рис. 2. 23 Розтягнення графіка функції $y = a \cdot \cos\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{4}\right) - 2$, відповідно до збільшення параметра a

І навпаки, – пересуваючи повзунок вліво, здобувачі освіти роблять висновок, що відбувається стискання графіка функції вздовж осі ординат.

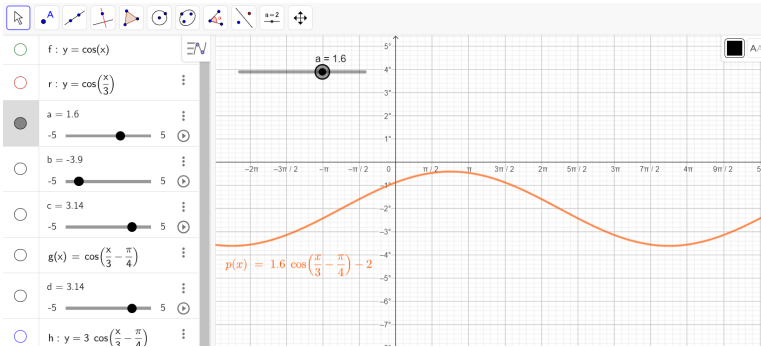


Рис. 2. 24 Стискання графіка функції $y = a \cdot \cos(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{4}) - b$, відповідно до зменшення параметра a

Аналогічно, змінюючи параметр b (пересуваючи повзунок вліво (збільшуючи) чи вправо (зменшуючи)), здобувачі освіти спостерігають та аналізують пересування графіка функції відповідно вгору чи вниз вздовж осі Oy .

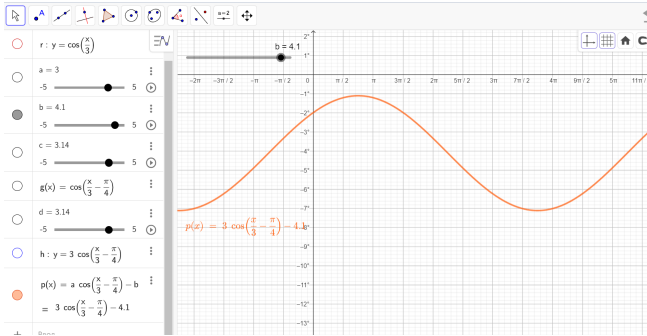


Рис. 2. 25 Пересування графіка функції $y = a \cdot \cos(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{4}) - b$ вздовж осі Oy , відповідно до зміни параметра b

2. 3 Методичні аспекти використання систем комп'ютерної математики при вивченні теми «Показникова функція»

Вивченню теми «Показникові функції» приділяється достатньо уваги в освітній програмі з математики. Під час вивчення цього розділу здобувачі освіти систематизують, узагальнюють і поглиблюють свої знання про степені, корені та їх властивості, знайомляться з поняттям показникової функції, властивостями та графіками, а також розвивають уміння та навички розв'язку тотожних перетворень показникових виразів.

Можна виокремити такі навчальні цілі, які постають перед здобувачами освіти та викладачем при вивченні даної теми:

- здобувачі освіти повинні вміти зображувати графік показникової функції;
- повинні знати основні показникові тотожності та вміти оперувати ними при розв'язуванні вправ;
- повинні вміти розв'язувати основні показникові рівняння, нерівності та їх системи.

Відповідно до цих цілей можна виділити декілька рівнів навчально-пізнавальної діяльності: знайомство; відтворення; умінь і навичок та творчості.

Ось останнього рівня – творчості, можна досягти саме використовуючи СДМ GeoGebra на заключному етапі вивчення теми «Показникова функція» (урок узагальнення та систематизації знань), але при умові успішного подолання перших трьох рівнів (знайомство, відтворення, умінь та навичок).

Саме на цьому етапі навчально-пізнавальної діяльності здобувач освіти буде вже здатний до:

- самостійного орієнтування в нових, нешаблонних ситуаціях;
- самостійного складання алгоритму (програми) дій і виконання їх;
- висування нових нестандартних розв'язків.

І ось тут його діяльність буде носити творчо-пошуковий характер.

Розглянемо декілька прикладів, які можна запропонувати на етапі узагальнення та систематизації знань з теми «Показникові функції» із застосування програми СДМ Geogebra.

Приклад II.1 Побудувати графік функції $y=4^x+3$, дослідити властивості.

При побудові графіка функції $y=4^x+3$, здобувачі освіти актуалізують свої знання, щодо графіка функції $y=a^x$, де $a > 0$ (вираз $y=a^x$ є додатнім для будь-якого x , тому графік не перетинає вісь Ox ; вісь x є асимптотою). Також вони пригадують перетворення графіка $y = f(x)+k$ (паралельне перенесення графіка функції $y = f(x)$ на k одиниць вгору). Відповідно до створеного алгоритму побудови, здобувачі освіти виконують завдання за допомогою програми СДМ Geogebra.

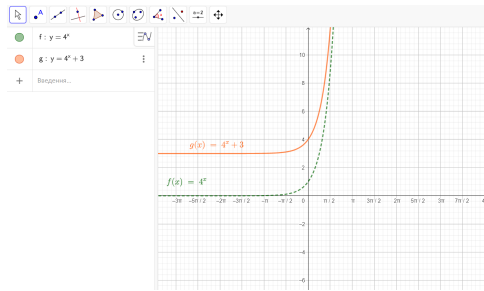
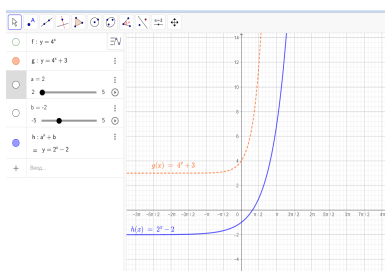
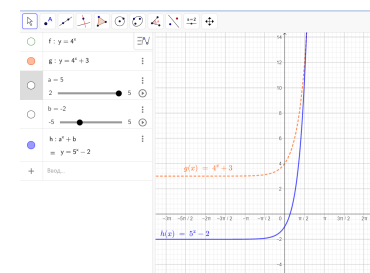


Рис. 2. 26 Побудова графіка функції $y=4^x+3$ у програмі СДМ GeoGebra

Надалі здобувачі освіти можуть внести деякі параметри a і b (використовуючи СДМ GeoGebra для порівняння основних можливостей). Аналізуючи отриманий результат роблять висновки (при збільшенні параметра a можна спостерігати як графік функції наближується до осі Y , а при зменшенні – навпаки, наближується до осі X ; при $a > 1$ функція зростає; при $0 < a < 1$ функція спадає).

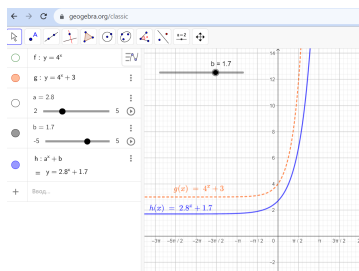


а)

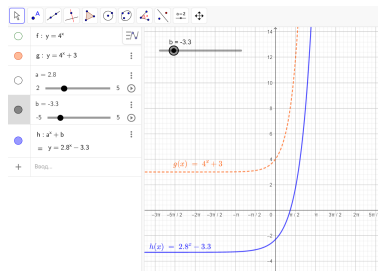
б)

Рис. 2. 27 Зміна графіка функції при збільшенні параметра a (а) та при зменшенні параметра a (б)

При збільшенні параметра b здобувачі освіти роблять висновок, що графік функції переміщається вгору вздовж осі ОУ, а при зменшенні параметра – графік функції переміщується вздовж осі ОУ вниз.



а)



б)

Рис. 2. 28 Зміна графіка функції при збільшенні параметра b (а) та при зменшенні параметра b (б)

Приклад II.2. Знайдіть найменше і найбільше значення функції $y=3^{\cos x}$ на інтервалі $[0; 5]$.

Спочатку здобувачі освіти будують графік функції $y=3^{\cos x}$ в програмі СДМ GeoGebra, далі роблять його аналіз. Для знаходження найбільшого і найменшого значення функції у строці введення вводимо $\text{Макс}(3^{\cos(x)}, 0,5)$ та $\text{Мін}(3^{\cos(x)}, 0,5)$, де значення 0 та 5 - це інтервал на якому шукають найбільше і найменше значення функції. За отриманим графіком функції здобувачі освіти визначають, що мінімальне значення 0,33, а максимальне – 3.

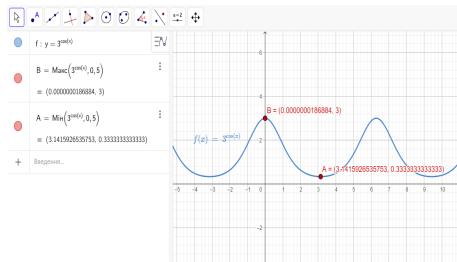


Рис. 2. 29 Найбільше і найменше значення функції $y=3^{\cos x}$ на інтервалі $[0; 5]$

Приклад II.3. Розв'яжіть рівняння графічно $\left(\frac{1}{3}\right)^x = -\frac{3}{x}$.

Оскільки завдання перед здобувачами освіти постає саме у графічному розв'язування рівняння, то їм пропонується це зробити у СДМ Geogebra. Спочатку вони будують графік функції $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ (графік функції $y = a^x$, де $0 < a < 1$, функція спадна); а потім

$y = -\frac{3}{x}$ (графік функції $y = -\frac{k}{x}$ - гіпербола, оскільки $k < 0$, то графік розміщений в II та IV четвертях; функція зростає). Осі координат для даних функцій є асимптотами. Будуються графіки функцій в одній системі координат. З отриманого малюнка здобувачі освіти роблять висновок, що графіки функції перетинаються лише в одній точці. Далі через вкладку *Перетин* на панелі інструментів здобувачі освіти знаходять точку А – точку перетину графіка $(\frac{1}{3})^x$ і $-\frac{3}{x}$ – точка А(-1;3). Тобто розв'язком рівняння $(\frac{1}{3})^x = -\frac{3}{x}$ буде $x = -1$.

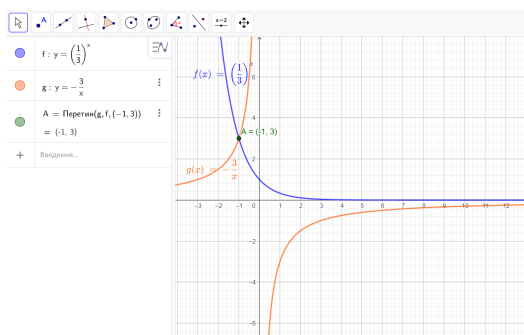


Рис. 2. 30 Знаходження розв'язків рівняння $(\frac{1}{3})^x = -\frac{3}{x}$

Приклад II.4. Розв'яжіть однорідне рівняння $2 \cdot 3^{2x} - 7 \cdot 3^x \cdot 2^x + 6 \cdot 2^{2x} = 0$.

Це завдання можна спочатку запропонувати здобувачам освіти розв'язати в зошиті, потім спробувати розв'язати рівняння через СДМ GeoGebra і порівняти отримані результати. Для виконання завдання у програмі GeoGebra здобувачі освіти вводять функцію $y = 2 \cdot 3^{2x} - 7 \cdot 3^x \cdot 2^x + 6 \cdot 2^{2x}$. Далі, використовуючи функцію

Перетин на панелі інструментів, вони роблять висновок, що функція буде мати два кореня ($x=1$, $x=1,7$).

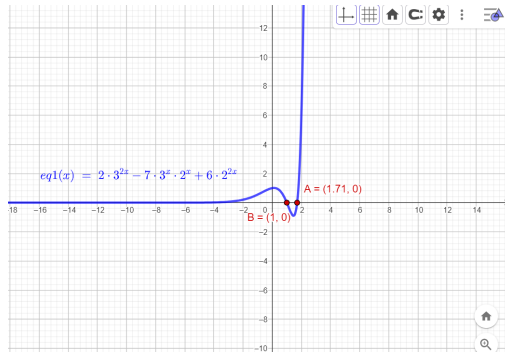


Рис. 2. 31 Знаходження розв'язків рівняння 2.

$$3^{2x} - 7 \cdot 3^x \cdot 2^x + 6 \cdot 2^{2x} = 0.$$

2. 4 Методичні аспекти використання систем комп'ютерної математики при вивченні теми «Логарифмічна функція»

Місце логарифмічної функції в курсі математики визначається її важливістю та застосуванням. Логарифмічна функція є оберненою до показникової функції, тому вивчення однієї з них неможливе без вивчення іншої. Крім того, логарифмічна функція має багато властивостей, які використовуються в різних галузях науки та техніки.

Роль логарифмічної функції в курсі математики полягає в тому, що вона дозволяє вирішувати різні практичні задачі. Наприклад, за допомогою логарифмічної функції можна розв'язувати рівняння, нерівності, системи рівнянь, нерівностей тощо. Крім того, логарифмічна функція використовується для побудови графічних залежностей, визначення екстремумів функцій, дослідження поведінки функцій тощо.

Отже, логарифмічна функція є важливою та широко застосовуваною функцією в математиці. Вивчення логарифмічної функції в курсі математики є необхідним для розуміння та застосування математичних знань у різних галузях науки та техніки.

При вивченні теми «Логарифмічна функція, її властивості та графіки» на етапі сприймання і усвідомлення здобувачами освіти фактичного матеріалу, саме на етапі, де потрібно показати, що логарифмічна функція є оберненою до показникової доцільно використати програму СДМ GeoGebra. Перед цим слід нагадати, що графіки взаємно обернених функцій

симетричні відносно $y=x$. І тут можна запропонувати здобувачам освіти розглянути конкретний приклад $y=3^x$.

Використовуючи програму СДМ GeoGebra, здобувачам освіти продемонструвати спочатку графік функції $y=3^x$, а потім, на цьому ж графічному полотні, зобразити графік функції $y = x$. Далі аналізуючи взаємне розташування цих графіків, здобувачі освіти, помічають, що вони симетричні відносно прямої $y=x$.

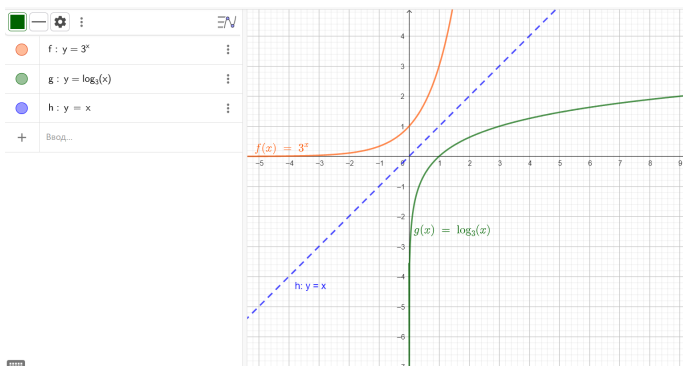


Рис. 2. 32 Побудова графіків функцій $y=3^x$ та $y = x$

Це вони пояснюють тим, що обрані функції задають одну й ту залежність між y та x . І для того щоб перейти від x до 3 потрібно поміняти y та x (осі x та y). При цьому, здобувачі освіти, з допомогою викладача, приходять до висновку: графіки показникової та логарифмічної функцій симетричні відносно $y=x$, якщо мають однакові основи.

На цьому ж етапі (сприймання і усвідомлення фактичного матеріалу) можна запропонувати здобувачам освіти розглянути ще декілька прикладів з побудови графіків, визначення їх властивостей та розв'язування рівнянь.

Приклад II.5 Побудуйте графік функції $y = x + 3$ та запишіть його властивості.

Спочатку можна запропонувати здобувачам освіти побудувати графік функції $y = x$, а потім вже графік функції $y = x + 3$ за допомогою СДМ GeoGebra. Надалі по отриманому графіку записати основні властивості. Здобувачі освіти визначають: область визначення $(0; +\infty)$ і множину значень $(\mathbb{R})$, функція ні парна, ні непарна; спадає на інтервалі $(0; +\infty)$; нулів та екстремумів не має.

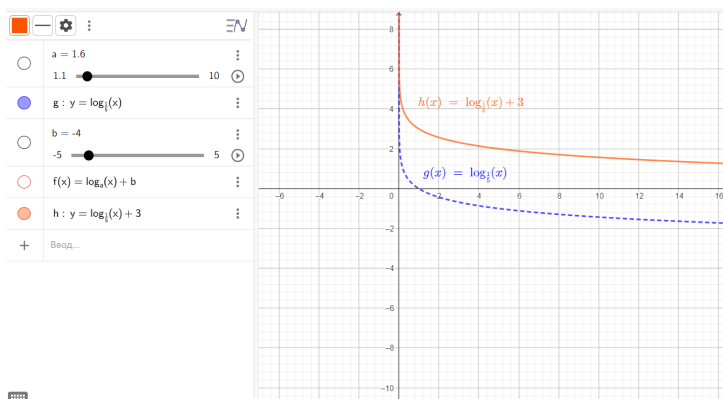
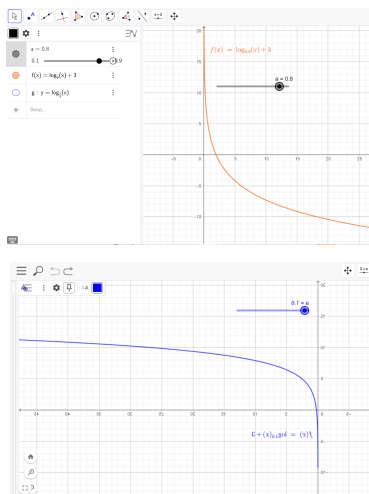


Рис. 2. 33 Побудова графіка функції $y = x + 3$

Надалі можна, в якості додаткового завдання, запропонувати здобувачам освіти ввести деякі параметри a і b (використовуючи СДМ GeoGebra). Для параметра (основи логарифма) вказати певні обмеження (спочатку від 0,1 до 0,9, а потім – більшим за 1). При цих параметрах проспостерігати за зміною графіка та зробити відповідні висновки. Здобувачі освіти, вставивши параметр a , приходять до висновку: якщо $0 < a < 1$, то функція спадає, якщо при $a > 1$ графік функції зростає і графіки відрізняються проміжками знакосталості.



а)

б)

Рис. 2. 34 Зміна графіка функції $y = x + b$ при $0 < a < 1$ (а) та $a > 1$ (б)

Аналогічно, можна спостерігати за зміною графіка при покроковій зміні параметра b .

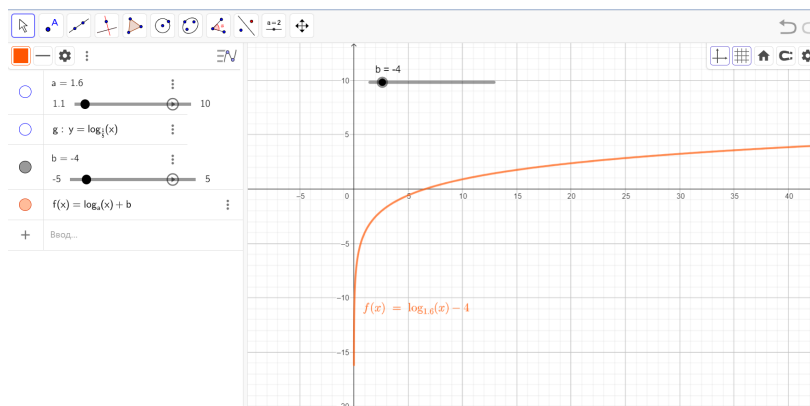


Рис. 2. 35 Зміна графіка функції $y = x + b$ при зміні параметра b

Здобувачі освіти, змінюючи параметр b , приходять до висновку, що графік функції переміщується вздовж осі Oy на b одиниць.

Приклад II.6 Побудуйте графік функції $y = 2 + (x - 1)$.

Спочатку здобувачі освіти будують графік $y = (x)$ (графік виду $y = x$, при $0 < a < 1$), потім $y = (x - 1)$ (графік функції $y = x$ зміщений на 1 вправо вздовж осі Ox). Останнім етапом – побудова графіка функції $y = 2 + (x - 1)$ (графік функції $y = (x - 1)$ зміщений на дві одиниці вгору вздовж осі Oy).

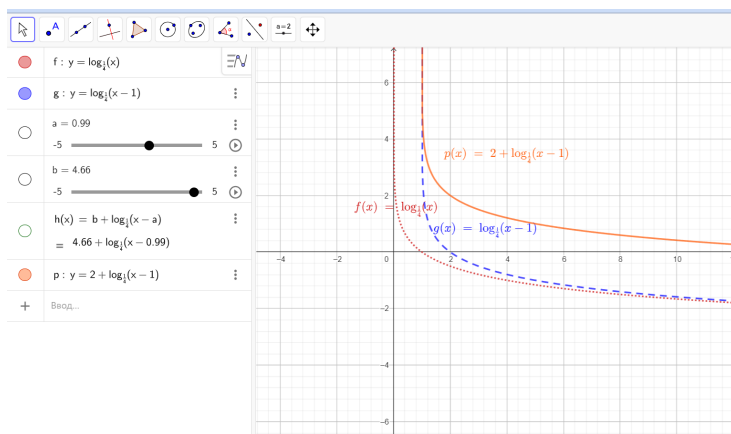


Рис. 2. 36 Побудова графіка функції $y = 2 + (x - 1)$

Приклад II.7 Розв'яжіть графічно рівняння $x = 2 - x$.

Спочатку здобувачам освіти можна запропонувати розв'язати це рівняння у зошиті, а потім за допомогою СДМ GeoGebra і порівняти результати. Розв'язування даного рівняння здобувачі освіти починають з побудови графіків функції x (графік функції виду $y = x$, при $a > 1$) та

$y=2-x$ (пряма). Після побудови графіків функції на платформі СДМ GeoGebra потрібно знайти точку їх перетину (використовуючи функцію *Перетин*), що й буде розв'язком даного рівняння.

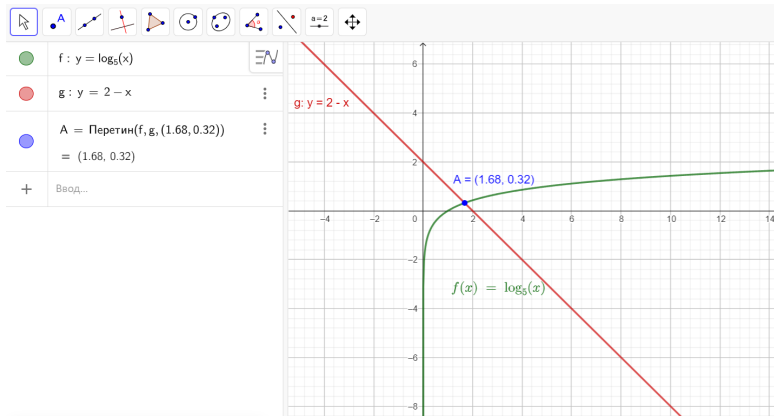


Рис. 2. 37 Графічний розв'язок рівняння функції $x = 2 - x$

ВИСНОВКИ

Сучасні заклади професійної (професійно-технічної) освіти потребують нових методичних підходів до навчання, які б забезпечували підвищення якості освіти, формування у здобувачів освіти творчого мислення, навичок самостійної роботи та застосування інформаційних технологій у професійній діяльності.

Використання систем динамічної математики (СДМ) на уроках математики в ЗП(ПТ)О є одним із таких підходів. Вони дозволяють динамічно візуалізувати математичні об'єкти та процеси, що робить навчання більш наочним та ефективним.

Вивчення функцій та їх властивостей є одним із важливих розділів математики, який вивчається в ЗП(ПТ)О. І саме під час вивчення цієї теми можна ефективно використовувати СДМ GeoGebra.

У роботі розглянуті методичні особливості використання СДМ GeoGebra при вивченні функцій та їх властивостей в ЗП(ПТ)О. Їх можна використовувати для моделювання математичних ситуацій, що відбуваються у реальному світі. Це дозволяє здобувачам освіти краще зрозуміти практичне застосування функцій.

Також СДМ GeoGebra можна використовувати для інтерактивного навчання, для самостійного вивчення матеріалу здобувачами освіти. Наприклад, можна створити інтерактивні навчальні модулі, які дозволяють здобувачам освіти вивчати властивості функцій у зручному для них темпі (ці модулі можуть містити відеофрагменти зміни графіків функції при зміні їх параметрів).

Використання систем комп'ютерної математики дозволяє зробити навчання більш наочним, ефективним та практичним.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Алексєєва Г. М., Кравченко Н. В., Стойчева Є. Р. Використання динамічної комп'ютерної програми GeoGebra на уроках математики. Херсон : Видавництво ФОП Вишемирський В. С., 2020.
2. Ачкан В. В. Використання ППЗ «GRAN1» у процесі формування математичних компетентностей старшокласників (на прикладі змістової лінії рівнянь та нерівностей). *Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології*. 2013, № 2 (28). С 8–14.
3. Гайдук М. І. Показникова і логарифмічна функції : навчальний посібник. Тернопіль : Навчальна книга – Богдан, 2012.
4. Горошко Ю. В. Вплив нової інформаційної технології на практичну значимість результатів навчання математики в старших класах середньої школи : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.01. Київ, 1992. 22 с.
5. Грамбовська Л. В., Яковчук О. М.. Комп'ютерні динамічні моделі як засіб дидактичного забезпечення процесу навчання геометрії в сучасній школі. *Комп'ютер у школі та сім'ї*. 2010. № 7. С. 14–17.
6. Гриб'юк О. О. Психолого-педагогічні вимоги до комп'ютерно-орієнтованих систем навчання математики в контексті підвищення якості освіти. *Гуманітарний вісник ДВНЗ «Переяслав-Хмельницький державний педагогічний університет імені Григорія Сковороди»*. Київ : Гнозис, 2013. Т. IV (46): Тематичний випуск «Вища освіта України у контексті інтеграції до європейського освітнього простору». С. 110–123.

7. Гриб'юк О. О., Юнчик В. Л. Модель змішаного навчання математики з використанням системи GeoGebra. URL:

https://lib.iitta.gov.ua/10261/1/grybiuk-yunchyk-tezy_lutsk+.pdf (дата звернення: 04.12.2023).

8. Гриб'юк О., Юнчик В. Система динамічної математики GeoGebra як засіб активізації дослідницької діяльності учнів. *Інформаційно-комунікаційні технології в сучасній освіті: досвід, проблеми, перспективи* : зб. наук. пр. Київ – Львів, 2015. Вип. 4, Ч. 1. С. 163–167.

9. Жалдак М. І., Горошко Ю. В., Вінниченко Є. Ф. Математика з комп'ютером : посібник для вчителів. Київ : НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2009. 282 с.

10. Жалдак М. І. Комп'ютер на уроках математики : посібник для вчителів. Київ : Техніка, 1997. 303 с.

11. Жук Ю. О. Особливості використання засобів нових інформаційних технологій у навчально виховному процесі професійно технічного закладу освіти. Київ : ІЗМН, 1998. № 24. С. 72–78.

12. Журавльова Л. А. Міжнародна програма запровадження сучасних комп'ютерних та інформаційно комунікаційних технологій у загальноосвітніх навчальних закладах. *Комп'ютер у школі та сім'ї*. 2005. № 6. с. 13–21.

13. Інноваційні інформаційно-комунікаційні технології навчання математики / Т. Г. Крамаренко та ін. Кривий Ріг : Книжкове видавництво Киреєвського, 2009. 324 с.

14. Істер О. С. Математика : (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту) : підруч. для 10-го кл. закл. заг. серед. освіти. Київ : Генеза, 2018. 384 с.

15. Істер О. С., Єргіна О. В. Алгебра і початки аналізу (профіль. рівень) : підруч. для 11 го кл. закл. заг. серед. освіти : Київ : Генеза, 2019. 416 с.

16. Математичні Додатки GeoGebra. URL: <https://www.geogebra.org/?lang=uk> (дата звернення: 04.12.2023)

17. Моїсеєнко І., Прийменко С., Цапов В. Формування прийомів математичного моделювання у дослідно-орієнтовному навчання. *Проблеми та перспективи розвитку сучасної науки в країнах Євразії* : матеріали IX Міжнародної науково-практичної інтернет-конференції : Переяслав, 2023. С. 48.

18. Ніколаєнко М. С., Синько Л. С. Використання програмного засобу GeoGebra на уроках математики. URL: <https://conference.vntu.edu.ua/eir/eir2015/pdf/000-291-302.pdf>. (дата звернення: 04.12.2023).

19. Організація навчання математики у старшій профільній школі : монографія / Н. А. Тарасенкова та ін. – Черкаси: Видавець ФОП Гордієнко, 2017. – 216 с.

20. Поліщук В. М. Вікова та педагогічна психологія: навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів. Суми : Університетська книга, 2007. 330 с.

21. Практикум з опанування пакету динамічної математики GeoGebra як інструменту реалізації STEAM-освіти: навчальний посібник / Л. Е. Гризун та ін. Харків : ХНПУ імені Г.С. Сковороди, 2018.

22. Ракута В. М. Бібліотека комп'ютерних моделей, як необхідна складова сучасного навчального середовища. *Наукові записки*. 2011. Вип. 98.

23. Ракута В. М. Програми для роботи з функціями та графіками. *Комп'ютер у школі та сім'ї*. 2010. № 7(87). С. 29–33.

24. Ракута В. М. Система динамічної математики GeoGebra як інноваційний засіб для вивчення математики. *Інформаційні технології і засоби навчання*. 2012. №30 (4).

25. Римаренко В. М. Система динамічної математики GeoGebra як інноваційний засіб для вивчення математики: URL: <https://www.slideshare.net/ssuserc58f83/ss-68522320> (дата звернення: 04.12.2023).

26. Сікора Я. Б., Усата О. Ю. Місце ППЗ у розвитку математичної компетентності учнів професійно-технічних навчальних закладів. *Проблеми методики фізико-математичної і технологічної освіти* : наук. записки. Серія: Проблеми методики фізико-математичної і технологічної освіти. 2017. Вип. 8(III). С. 63–67.

27. Сікорський П. І. Аналіз традиційних технологій навчання. *Педагогіка і психологія професійної освіти*. 2000. № 2. С. 66–73.

28. Сінько Ю. І. Системи комп'ютерної математики та їх роль у математичній освіті. *Інформаційні технології в освіті*. 2009. №3. С. 274–278.

29. Слєпкань З. І. Методика навчання математики: підруч. для студ. мат. спеціальностей пед. навч. закладів. Київ : Зодіак-ЕКО, 2000. 512 с.

30. Толок Д., Водолаженко В. Програма динамічної геометрії GeoGebra у вивченні математики в закладах загальної середньої освіти *Інноваційні педагогічні*

технології в цифровій школі : збірник тез доповідей IV Всеукраїнської (з міжнародною участю) науково-практичної конференції молодих учених (м. Харків, 11-12 травня 2022 року). Харків, 2022. С. 150–152

31. Триус Ю. В. Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математики: монографія. Черкаси : Брама-Україна, 2005. 400с.

32. Тушев А., Чупордя В. Застосування програми GeoGebra до формування дослідницьких умінь під час створення динамічних розробок з геометрії. *Фізико-математична освіта*. 2022. Т. 34. №. 2. С. 43-49.

33. Фіцула М. М. Педагогіка : навч. посіб. Київ : Академія, 2001. 528 с.

34. Хрущ Л., Лотоцький В. Застосування програми GeoGebra для організації навчально-пізнавальної діяльності учня. *Гірська школа Українських Карпат*. 2019. №. 20. С. 19–27.