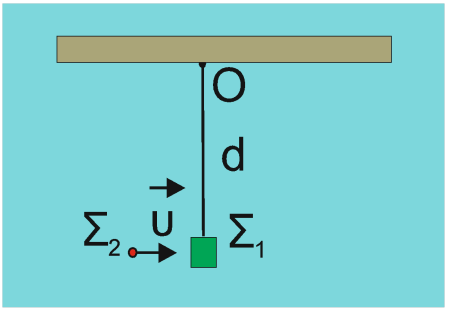
Τρικυμία εν κρανίω ή ο μαθητής σε σύγχυση

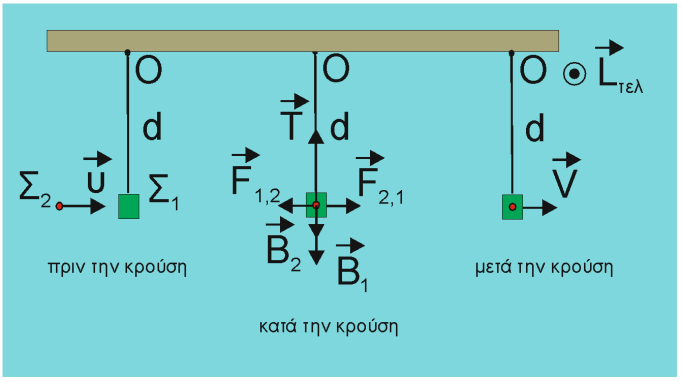
Μικρό σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 0,9kg$ είναι κρεμασμένο από αβαρές και μη εκτατό νήμα μήκους $d = 1m$, το πάνω άκρο Ο του οποίου είναι στερεωμένο σε οροφή. Βλήμα Σ_2 μάζας $m_2 = 0,1Kg$ εκτοξεύεται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $u = 10m/s$ και σφηνώνεται στο ακίνητο σώμα Σ_2.



Ακολουθεί συζήτηση ανάμεσα σε δάσκαλο και μαθητή. (Ο δάσκαλος έχει διδάξει ήδη τη στροφορμή και τη διατήρησή της, ακολουθώντας το σχολικό βιβλίο για τη διδασκαλία στροφορμής υλικού σημείου).

Δάσκαλος: Μπορείς να υπολογίσεις την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση;

Μαθητής: Εύκολο δάσκαλε. Κάτσε να κάνω ένα σχήμα. Το σύστημα είναι μονωμένο στον οριζόντιο άξονα, επομένως θα εφαρμόσω τη διατήρηση της ορμής (θετικά δεξιά):



$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_1 \cdot u = (m_1 + m_2) \cdot V \Rightarrow V = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot u \Rightarrow$$

Δάσκαλος: Και πόσο είναι το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_1 κατά την κρούση;

Μαθητής: Κι αυτό εύκολο.

$$|\Delta \vec{p}_{1,\tau\varepsilon\lambda}| = |\vec{p}_{1,\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{1,\alpha\rho\chi}| \Rightarrow |\Delta \vec{p}_1| = |m_1 \cdot V - 0| \Rightarrow |\Delta \vec{p}_1| = 0,9\ kg \cdot m/s$$

Δάσκαλος: Πού οφείλεται η μεταβολή της ορμής του Σ_1;

Μαθητής: Στην αλληλεπίδραση των δύο σωμάτων κατά την κρούση, δάσκαλε. Το Σ_2 άσκησε στο Σ_1 την $\vec{F}_{2,1}$ και μέσω αυτής του μεταβίβασε ορμή. Αντίστοιχα το Σ_1 άσκησε στο Σ_2 την $\vec{F}_{1,2}$ και του μετέβαλε την ορμή του κατά $\Delta\vec{p}_2 = -\Delta\vec{p}_1$, ώστε η ορμή του συστήματος κατά την κρούση να παραμείνει σταθερή. Για κάθε σώμα ισχύει κατά την κρούση $\Sigma\vec{F}_x = \frac{d\vec{P}}{dt}$, αλλά για το σύστημα ισχύει $\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi,x} = 0$, οπότε η ορμή του συστήματος διατηρείται κατά την κρούση.

Δάσκαλος: Πολύ καλά. Να βρούμε και τη στροφορμή που απέκτησε το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση ως προς το Ο;

Μαθητής: Το μέτρο της είναι $L_{\tau\varepsilon\lambda} = (m_1 + m_2)\cdot V \cdot d \rightarrow L_{\tau\varepsilon\lambda} = 1\,kg\cdot m^2/s$ και η κατεύθυνσή της είναι από τη σελίδα προς τον αναγνώστη, σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού.

Όμως δάσκαλε, τώρα που το σκέφτομαι, προβληματίζομαι για το εξής: Κατά τη διάρκεια της κρούσης οι εξωτερικές δυνάμεις που δέχεται το σύστημα είναι τα βάρη $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$ και η τάση του νήματος $\vec{T}$. Οι ροπές τους ως προς το Ο είναι μηδενικές, επομένως θα πρέπει, όπως μάθαμε, η στροφορμή του συστήματος ως προς το Ο να διατηρείται κατά την κρούση. Αλλά το Σ_1 πριν την κρούση είναι ακίνητο και το Σ_2 δεν κάνει κυκλική κίνηση. Άρα ποιος έχει στροφορμή ως προς το Ο πριν την κρούση; Μήπως δεν εφαρμόζεται εδώ η αρχή διατήρησης της στροφορμής; Μάλλον κάτι δεν σκέφτομαι σωστά.

Δάσκαλος: Τα λες μια χαρά και η στροφορμή του συστήματος ως προς το Ο διατηρείται κατά την κρούση. Σύμφωνα με το σχολικό βιβλίο, ένα υλικό σημείο έχει στροφορμή ως προς σημείο Ο αν κινείται κυκλικά γύρω από αυτό. Στην πραγματικότητα όμως ένα υλικό σημείο έχει στροφορμή ως προς σημείο Ο, αν

μπορεί να ασκήσει ροπή ως προς το Ο σε άλλο σώμα. Η δύναμη $\vec{F}_{2,1}$ που άσκησε το Σ_2 στο Σ_1 κατά τη διάρκεια της κρούσης είχε ροπή ως προς το Ο, με αποτέλεσμα να μεταβληθεί η στροφορμή του Σ_1 κατά την κρούση σύμφωνα με τη σχέση $\Sigma\vec{T}^{(O)} = \frac{dL_1^{(O)}}{dt}$. Αντίστοιχα η $\vec{F}_{1,2}$ που άσκησε το Σ_1 στο Σ_2 είχε ροπή ως προς το Ο, με αποτέλεσμα να μειωθεί η στροφορμή του Σ_2 και να αυξηθεί ισόποσα η στροφορμή του Σ_1, ώστε η στροφορμή του συστήματος ως προς το Ο να παραμείνει σταθερή κατά την κρούση. Δηλαδή μέσω των ασκούμενων ροπών μεταβιβάστηκε στροφορμή από το Σ_2 στο Σ_1, αλλά για να συμβεί αυτό, πρέπει το Σ_2 να είχε αρχικά στροφορμή ως προς το Ο. «Ουκ αν λάβοις παρά του μη έχοντος» το λέγαμε παλιότερα…

Μπορούμε να πούμε λοιπόν γενικά, ότι ένα υλικό σημείο με ορμή $\vec{p}$ έχει στροφορμή ως προς ένα σημείο Ο, όταν μπορεί να ασκήσει σε άλλο σώμα ροπή ως προς το Ο. Το μέτρο της είναι $L_O = p \cdot d = m \cdot \cdot$, όπου d η απόσταση του φορέα της $\vec{p}$ από το Ο (μοχλοβραχίονας ορμής) και κατεύθυνση που βρίσκεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού. Και αυτό ανεξάρτητα από την κίνηση που εκτελεί το υλικό σημείο!!!

Έτσι το Σ_2 είχε πριν την κρούση ως προς το Ο στροφορμή μέτρου $L_{αρχ} = m_2 \cdot \cdot 1\,kg\; m_{αρχ}/s \cdot {}^2$ και κατεύθυνσης από τη σελίδα προς τον αναγνώστη. Βλέπουμε λοιπόν ότι έτσι επιβεβαιώνεται η διατήρηση της στροφορμής του συστήματος ως προς το Ο κατά την κρούση.

Βέβαια αφού το σχολικό βιβλίο ορίζει τη στροφορμή υλικού σημείου μέσω κυκλικής κίνησης, δεν πρόκειται να συναντήσεις διαφορετικό σενάριο, αλλά η Φυσική δεν τελειώνει στο Λύκειο…

Μαθητής: Δάσκαλε, νομίζω ότι το πράγμα είναι ξεκάθαρο πλέον. Σε ευχαριστώ.

Δάσκαλος: Εγώ σε ευχαριστώ, που με αφορμή τον προβληματισμό σου, κάναμε αυτή την κουβέντα. Ας ελπίσουμε τα νέα βιβλία να ορίζουν σωστά τη στροφορμή υλικού σημείου.

Παπάζογλου Αποστόλης

apostolospapazoglou@gmail.com