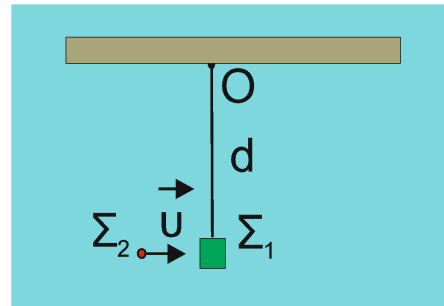


**Τρικυμία εν κρανίω ή ο μαθητής σε σύγχυση**

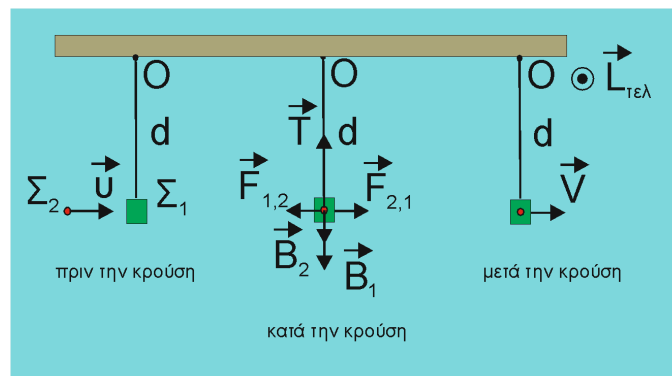
Μικρό σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1 = 0,9\text{kg}$  είναι κρεμασμένο από αβαρές και μη εκτατό νήμα μήκους  $d = 1\text{m}$ , το πάνω άκρο  $O$  του οποίου είναι στερεωμένο σε οροφή. Βλήμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2 = 0,1\text{kg}$  εκτοξεύεται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου  $u = 10\text{m/s}$  και σφηνώνεται στο ακίνητο σώμα  $\Sigma_2$ .



Ακολουθεί συζήτηση ανάμεσα σε δάσκαλο και μαθητή. (Ο δάσκαλος έχει διδάξει ήδη τη στροφορμή και τη διατήρησή της, ακολουθώντας το σχολικό βιβλίο για τη διδασκαλία στροφορμής υλικού σημείου).

**Δάσκαλος:** Μπορείς να υπολογίσεις την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση;

**Μαθητής:** Εύκολο δάσκαλε. Κάτσε να κάνω ένα σχήμα. Το σύστημα είναι μονωμένο στον οριζόντιο άξονα, επομένως θα εφαρμόσω τη διατήρηση της ορμής (θετικά δεξιά):



$$\vec{p}_{\text{αρχ}} = (m_1 \vec{v}_{\text{τελ}} + m_2 \vec{v}_2) \Rightarrow \vec{p} = 1 \text{ m/s} \cdot \rightarrow =$$

**Δάσκαλος:** Και πόσο είναι το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος  $\Sigma_1$  κατά την κρούση;

**Μαθητής:** Κι αυτό εύκολο.

$$|\Delta \vec{p}_{\Sigma_1}| = |\vec{p}_{\text{αρχ},\Sigma_1} - \vec{p}_{\text{αρχ},\Sigma_1}| = |\vec{p}_{\text{αρχ},\Sigma_1} - \vec{p}_{\text{αρχ},\Sigma_1}| = |m_1 \cdot V - 0| = 0,9 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

**Δάσκαλος:** Πού οφείλεται η μεταβολή της ορμής του  $\Sigma_1$ ;

**Μαθητής:** Στην αλληλεπίδραση των δύο σωμάτων κατά την κρούση, δάσκαλε.

Το  $\Sigma_2$  άσκησε στο  $\Sigma_1$  την  $\vec{F}_{2,1}$  και μέσω αυτής του μεταβίβασε ορμή. Αντίστοιχα

το  $\Sigma_1$  άσκησε στο  $\Sigma_2$  την  $\vec{F}_{1,2}$  και του μετέβαλε την ορμή του κατά  $\Delta \vec{p}_2 = -\Delta \vec{p}_1$ ,

ώστε η ορμή του συστήματος κατά την κρούση να παραμείνει σταθερή. Για κάθε

σώμα ισχύει κατά την κρούση  $\sum \vec{F}_x = \frac{d\vec{P}}{dt}$ , αλλά για το σύστημα ισχύει  $\sum \vec{F}_{εξ,x} = 0$ ,

οπότε η ορμή του συστήματος διατηρείται κατά την κρούση.

**Δάσκαλος:** Πολύ καλά. Να βρούμε και τη στροφορμή που απέκτησε το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση ως προς το Ο;

**Μαθητής:** Το μέτρο της είναι  $L_{τελ} = (m_1 + m_2) \cdot V \cdot d \rightarrow L_{τελ} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 / \text{s}$  και η

κατεύθυνσή της είναι από τη σελίδα προς τον αναγνώστη, σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού.

Όμως δάσκαλε, τώρα που το σκέφτομαι, προβληματίζομαι για το εξής: Κατά τη διάρκεια της κρούσης οι εξωτερικές δυνάμεις που δέχεται το σύστημα είναι τα

βάρη  $\vec{B}_1$ ,  $\vec{B}_2$  και η τάση του νήματος  $\vec{T}$ . Οι ροπές τους ως προς το Ο είναι

μηδενικές, επομένως θα πρέπει, όπως μάθαμε, η στροφορμή του συστήματος ως προς το Ο να διατηρείται κατά την κρούση. Αλλά το  $\Sigma_1$  πριν την κρούση είναι ακίνητο και το  $\Sigma_2$  δεν κάνει κυκλική κίνηση. Άρα ποιος έχει στροφορμή ως προς το Ο πριν την κρούση; Μήπως δεν εφαρμόζεται εδώ η αρχή διατήρησης της στροφορμής; Μάλλον κάτι δεν σκέφτομαι σωστά.

**Δάσκαλος:** Τα λες μια χαρά και η στροφορμή του συστήματος ως προς το Ο διατηρείται κατά την κρούση. Σύμφωνα με το σχολικό βιβλίο, ένα υλικό σημείο έχει στροφορμή ως προς σημείο Ο αν κινείται κυκλικά γύρω από αυτό. Στην πραγματικότητα όμως ένα υλικό σημείο έχει στροφορμή ως προς σημείο Ο, αν

μπορεί να ασκήσει ροπή ως προς το Ο σε άλλο σώμα. Η δύναμη  $\vec{F}_{2,1}$  που άσκησε το  $\Sigma_2$  στο  $\Sigma_1$  κατά τη διάρκεια της κρούσης είχε ροπή ως προς το Ο, με αποτέλεσμα να μεταβληθεί η στροφορμή του  $\Sigma_1$  κατά την κρούση σύμφωνα με τη σχέση  $\sum_{\Gamma}^{(O)} = \frac{dL_1^{(O)}}{dt}$ . Αντίστοιχα η  $\vec{F}_{1,2}$  που άσκησε το  $\Sigma_1$  στο  $\Sigma_2$  είχε ροπή ως προς το Ο, με αποτέλεσμα να μειωθεί η στροφορμή του  $\Sigma_2$  και να αυξηθεί ισόποσα η στροφορμή του  $\Sigma_1$ , ώστε η στροφορμή του συστήματος ως προς το Ο να παραμείνει σταθερή κατά την κρούση. Δηλαδή μέσω των ασκούμενων ροπών μεταβιβάστηκε στροφορμή από το  $\Sigma_2$  στο  $\Sigma_1$ , αλλά για να συμβεί αυτό, πρέπει το  $\Sigma_2$  να είχε αρχικά στροφορμή ως προς το Ο. «Ουκ αν λάβοις παρά του μη έχοντος» το λέγαμε παλιότερα...

Μπορούμε να πούμε λοιπόν γενικά, ότι ένα υλικό σημείο με ορμή  $\vec{p}$  έχει στροφορμή ως προς ένα σημείο Ο, όταν μπορεί να ασκήσει σε άλλο σώμα ροπή ως προς το Ο. Το μέτρο της είναι  $L_O = p \cdot d = m \cdot v \cdot d$ , όπου d η απόσταση του φορέα της  $\vec{p}$  από το Ο (μοχλοβραχίονας ορμής) και κατεύθυνση που βρίσκεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού. Και αυτό ανεξάρτητα από την κίνηση που εκτελεί το υλικό σημείο!!!

Έτσι το  $\Sigma_2$  είχε πριν την κρούση ως προς το Ο στροφορμή μέτρου

$$L_{\text{αρχ}} = m_2 \cdot v_2 \cdot d = 1 \text{ kg} \cdot 1 \text{ m/s} \cdot 1 \text{ m} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s} \quad \text{και κατεύθυνσης από τη σελίδα προς τον}$$

αναγνώστη. Βλέπουμε λοιπόν ότι έτσι επιβεβαιώνεται η διατήρηση της στροφορμής του συστήματος ως προς το Ο κατά την κρούση.

Βέβαια αφού το σχολικό βιβλίο ορίζει τη στροφορμή υλικού σημείου μέσω κυκλικής κίνησης, δεν πρόκειται να συναντήσεις διαφορετικό σενάριο, αλλά η Φυσική δεν τελειώνει στο Λύκειο...

**Μαθητής:** Δάσκαλε, νομίζω ότι το πράγμα είναι ξεκάθαρο πλέον. Σε ευχαριστώ.

**Δάσκαλος:** Εγώ σε ευχαριστώ, που με αφορμή τον προβληματισμό σου, κάναμε αυτή την κουβέντα. Ας ελπίσουμε τα νέα βιβλία να ορίζουν σωστά τη στροφορμή υλικού σημείου.

Παπάζογλου Αποστόλης

apostolospapazoglou@gmail.com