

24 урок

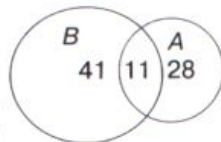
Кількість елементів, потужність множин. Розв'язування задач на множини

Кількість елементів скінченної множини A позначають $n(A)$ і називають потужністю множини A .

Для порожньої множини $n(\emptyset) = 0$.

Приклад

Якщо A — множина двоцифрових натуральних чисел, то $n(A) = 90$.



На малюнку зображено множини A і B . Числа відповідають кількості елементів, що знаходяться у відповідній частині множини.

Тоді з малюнка можна знайти кількість елементів у множині A , кількість елементів у множині B та кількість елементів у їх об'єднанні: $n(A) = 28 + 11 = 39$, $n(B) = 41 + 11 = 52$, $n(A \cup B) = 28 + 11 + 41 = 80$.

Зверніть увагу на те, що $n(A) + n(B) = 39 + 52 = 91$ і $n(A) + n(B) \neq n(A \cup B)$.

Для довільних скінченних множин справедливе твердження:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B).$$

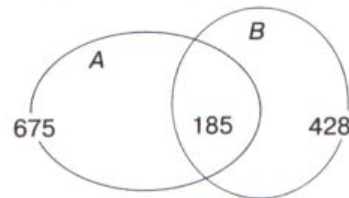
Задача. У середній школі кожен учень вивчає англійську або французьку мови. Крім того, деякі учні вивчають дві мови одночасно. 675 учнів вивчають англійську мову, 428 — французьку, причому 185 учнів намагаються опанувати обидві мови. Скільки учнів у школі?

$$n(A) = 675;$$

$$n(B) = 428;$$

$$n(A \cap B) = 185.$$

Знайти: $n(A \cup B)$.



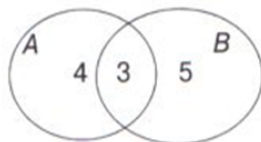
Розв'язання

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 675 + 428 - 185 = 918$$

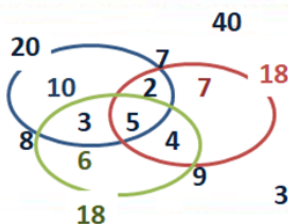
Відповідь: у школі навчається 918 учнів.

ЗАВДАННЯ

1. Числа на малюнку вказують кількість елементів у відповідних областях множин A і B . Знайдіть $n(A) = \underline{4+3=7}$, $n(B) = \underline{3+5=8}$, $n(A \cup B) = \underline{4+3+5=12}$



7. В олімпіаді з математики взяло участь 40 учнів. Їм було запропоновано розв'язати одну задачу з алгебри, одну з геометрії та одну логічну задачу. З алгебри розв'язали задачу 20 учнів, з геометрії — 18 і з логіки — 18. Одночасно з алгебри та геометрії задачі розв'язали семеро, а з алгебри та логіки — 8 учнів. Логічну задачу та геометричну одночасно розв'язали 9 учнів. Троє не розв'язали жодної задачі. Дайте відповідь на запитання:



Скільки учнів розв'язали:

- а) всі задачі 5; б) тільки дві задачі 9; в) лише одну задачу 23 ?

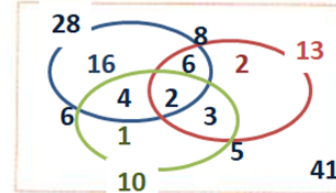
$n(A \cup G \cup L) = 40 - 3 = 37$ хоча б одну задачу, бо троє не розв'язали жодної задачі

Всі три задачі розв'язали $37 + (7 + 8 + 9) - (20 + 18 + 18) = 37 + 24 - 56 = 5$ учнів
бо $n(A \cup G \cup L) = n(A) + n(G) + n(L) - n(A \cap G) - n(A \cap L) - n(G \cap L) + n(A \cap G \cap L)$

Дві задачі розв'язали $(8 - 5) + (9 - 5) + (7 - 5) = 3 + 2 + 4 = 9$ учнів

Лише одну задачу розв'язали $37 - 5 - 9 = 23$ учні (або $10 + 7 + 6 = 23$)

8. Група учнів з України виїхала у мовний табір за кордон. Із них англійську мову будуть вивчати 28 учнів, французьку — 13, німецьку — 10, англійську і французьку — 8, французьку і німецьку — 5, англійську і німецьку — 6. Три мови вивчатимуть двоє. 41 учень у рамках цього табору буде удосконалювати українську і не вивчатиме жодної іншої. Скільки всього учнів поїхало в табір?



Так як $n(A \cup \Phi \cup H) = n(A) + n(\Phi) + n(H) - n(A \cap \Phi) - n(A \cap H) - n(\Phi \cap H) + n(A \cap \Phi \cap H)$
 $n(A \cup \Phi \cup H) = 28 + 13 + 10 - 8 - 5 - 6 + 2 = 51 - 19 + 2 = 34$ хоча б одну іноземну

$34 + 41 = 75$ приїхали в табір, бо 41 не вивчає іноземної

25
урок

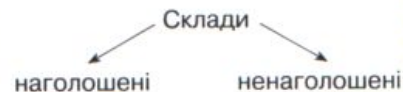
Розбиття множини на класи. Класифікація

Класифікація в довільній області діяльності пов'язана з розбиттям множини на підмножини (класи). Одержані підмножини повинні володіти такими **властивостями**:

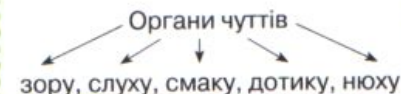
- 1) вони не мають бути порожніми;
- 2) не повинні мати спільних елементів;
- 3) об'єднання всіх цих підмножин має дорівнювати самій множині.

Ознака, за якою відбувається поділ обсягу поняття, називається **основою поділу**.

Приклад



Приклад



ЗАВДАННЯ

1. Знайдіть помилки у наведених нижче прикладах класифікацій.

1) Транспорт буває наземним, підземним, водним, повітряним, ~~суспільним та особистим.~~

2) Геометричні фігури поділяються на плоскі, об'ємні, ~~трикутники та квадрати.~~

2. За якою основою здійснено класифікацію натуральних чисел?

Порівняння з числом 8



3. Проведіть класифікацію:

1) за величиною

Кути

Гострі, прямі, тупі, розгорнуті

2) за сторонами

Трикутники

Різносторонні, рівнобедрені, рівносторонні

4. Виконайте класифікацію:

1) звичайні дроби

Правильні, неправильні

2) частини мови



8. Зобразіть за допомогою кіл Ейлера множини A , B , C , якщо відомо, що:

1) A підмножина B , B підмножина C ;

2) A підмножина C , B підмножина C , об'єднання A і B дає множину C ;

3) A підмножина C , B підмножина C , A з B не перетинаються;

4) A підмножина C , B підмножина C , A з B у перерізі утворюють не порожню множину;

5) A в перерізі B — не порожня множина, A в перерізі з C — не порожня множина, B у перерізі з C — не порожня множина, переріз всіх трьох множин не є порожньою множиною;

6) A в перерізі з B — не порожня множина, A в перерізі з C — не порожня множина, B у перерізі з C — не порожня множина.

