

Banque filière PT

EPREUVE DE PHYSIQUE A

Les trois parties A, B et C de cette épreuve sont indépendantes.

Partie A : Principe du moteur asynchrone (37%)

Aucune connaissance préalable du moteur asynchrone n'est nécessaire pour l'étude de cette partie.

Un moteur asynchrone est constitué d'un stator et d'un rotor.

Le stator est réalisé à l'aide d'un ensemble de bobines fixes destinées à engendrer dans une zone limitée de l'espace un champ magnétique tournant $B(t)$.

Le rotor est modélisé par un cadre conducteur rectangulaire de surface S , contenant N spires mobile autour d'un axe.

1. Stator de la machine asynchrone : production d'un champ tournant

Soit un ensemble de trois bobines, dont les axes sont régulièrement décalés de $\frac{2\pi}{3}$ dans le

plan xOy , et alimentées par un système triphasé de courants de pulsation $\cos$ dont les intensités sont les suivantes:

Figure 1

$$i_1(t) = I_M \cos(\omega_s t)$$

$$i_2(t) = I_M \cos\left(\omega_s t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$i_3(t) = I_M \cos\left(\omega_s t - \frac{4\pi}{3}\right)$$

La fréquence d'alimentation de ces bobinages statoriques est égale à 50Hz.*

Chaque bobine crée au centre O un champ magnétique qui peut se

mettre sous la forme : $\vec{B}_j = K \cdot i_j \vec{e}_j$

(K est une constante et $\vec{e}_j$ est le vecteur unitaire de l'axe de la j ème bobine).

1.1. Déterminer les composantes sur Ox et Oy du champ magnétique total $\vec{B}$ en O. On notera $B = \|\vec{B}\|$ sa norme que l'on exprimera en fonction de K et I_M .

1.2. Justifier l'appellation de champ tournant pour ce champ magnétique total B . Préciser à quelle vitesse angulaire ce champ tourne dans le plan xOy .

Calculer la valeur numérique de la vitesse de rotation du champ tournant n_s en tours par minute (tr/mn).

2. Entraînement du rotor de la machine asynchrone

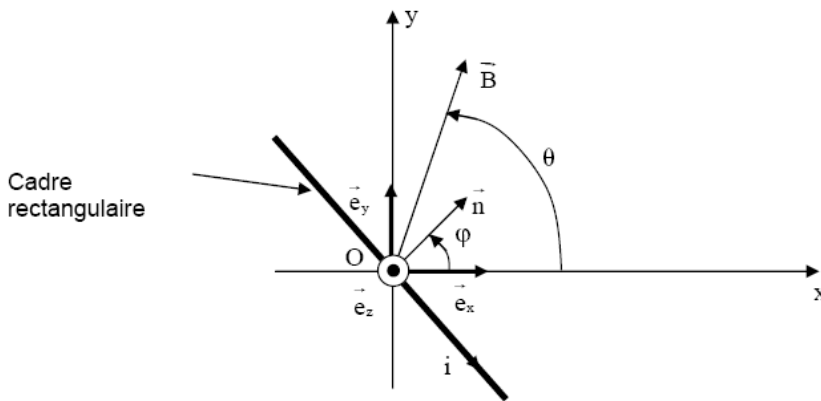
Le rotor est modélisé par un cadre conducteur rectangulaire de surface S , orienté suivant la normale, contenant N spires planes filiformes et indéformables en série, et susceptible de tourner autour de l'axe Oz avec une vitesse angulaire ω constante.

Le cadre est placé dans le champ magnétique tournant que l'on suppose uniforme, de norme notée B .

Les positions angulaires de $\vec{B}$ et $\bullet$ sont repérées par les angles suivants :

$$\theta(t) = (\vec{e}_x, \vec{B}) = \omega_s t \quad \text{et} \quad \varphi(t) = (\vec{e}_x, \vec{n}) = \omega t$$

Dans toute la suite, on suppose que : $0 \leq \omega \leq \omega_c$



Vue de dessus

Figure 2

2.1. Déterminer le flux Φ du champ magnétique $\vec{B}$ créé par le stator à travers les N spires du cadre, en fonction de $B, N, S, \omega, \omega_s$ et t .

2.2. En déduire la force électromotrice d'induction $e(t)$ qui apparaît dans celui-ci en fonction du flux maximum à travers le circuit ($\Phi_M = N S B$, et de la vitesse angulaire de glissement $\omega_r = \omega_s - \omega$ (ω_r est positive ou nulle).

2.3. Le cadre est équivalent à un circuit série de résistance R et d'inductance propre L .

a) Etablir l'équation différentielle vérifiée par le courant $i(t)$ dans la bobine.

b) En déduire l'expression de $i(t)$ en régime permanent sinusoïdal que l'on mettra sous la forme suivante :

$$i(t) = I_m \sin(\omega_r t - \Psi)$$

Exprimer, en fonction de (Φ_M, R, L et ω_r , l'amplitude I_m de $i(t)$ et le retard de phase Ψ de $i(t)$ par rapport à la force électromotrice $e(t)$ déterminée à la question 2.2.

3. Couple électromagnétique

Le cadre rectangulaire est parcouru par le courant $i(t)$.

Figure 3

On note $\vec{\Gamma}(t) \cdot \vec{e}_z$ le moment par rapport à l'axe Oz du couple électromagnétique des forces de Laplace s'exerçant sur les N spires du cadre.

3.1. Etablir l'expression de $\vec{\Gamma}(t)$.

3.2. Montrer que sa valeur moyenne $\langle \vec{\Gamma}(t) \rangle$ notée Γ_{em} est donnée par l'expression suivante :

$$\Gamma_{em} = \left(\frac{\phi_M^2}{2L} \right) \frac{RL\omega_r}{R^2 + (L\omega_r)^2}$$

3.3. On introduit le glissement, noté g , qui caractérise l'écart relatif entre la vitesse angulaire de synchronisme et la vitesse angulaire de rotation de l'arbre du moteur :

$$g = \frac{\omega_s - \omega}{\omega_s} = \frac{\omega_r}{\omega_s}.$$

Que vaut le glissement g lorsque le moteur est à l'arrêt?

Que vaut le glissement g lorsque le moteur tourne à la vitesse angulaire cos de synchronisme?

3.4. On pose $\Gamma_0 = \phi_M^2 / 2L$. Exprimer la nouvelle expression du moment Γ_{em} en fonction de Γ_0 , g , R et du produit $L \omega_s$.

3.5. Donner l'expression, notée Γ_d de ce moment au démarrage du moteur.

Dans toute la suite, on suppose que R est inférieure ou égale au produit $L \omega_s$.

3.6. Déterminer, en fonction de Γ_0 , la valeur maximale Γ_{max} de $\Gamma_{em}(g)$ et préciser l'expression littérale du glissement g_{max} correspondant.

3.7. Applications numériques : $R = 4,0 \, \Omega$, $L \omega_s = 40 \, \Omega$ et $\Gamma_0 = 100 \, \text{N.m}$. On rappelle que ω_s est égale à la pulsation des courants des bobinages statoriques étudiés au A.1.

a) Calculer les valeurs numériques de Γ_d , g_{max} et Γ_{max} .

b) En déduire la vitesse de rotation du moteur n en tr/mn pour $g = g_{max}$.

c) Pour $g = g_{max}$ calculer la valeur efficace notée I_{Reff} de l'intensité du courant rotorique.

3.8. Tracer sur la copie l'allure du graphe $\Gamma_{em}(g)$ lorsque la vitesse angulaire du moteur évolue entre l'arrêt et la vitesse angulaire de synchronisme.

3.9. La charge mécanique accouplée à l'arbre du moteur correspond à un couple résistant de moment par rapport à l'axe de rotation constant et noté $(-\Gamma_r)$, avec $\Gamma_r > 0$.

a) Que se passe-t-il si Γ_r est supérieur à Γ_d ?

b) Montrer par une analyse graphique que, si $\Gamma_d < \Gamma_r < \Gamma_{\max}$, il existe deux points de fonctionnement du moteur correspondant à deux vitesses de rotation du rotor ω_1 et ω_2 .

c) Etudier de façon qualitative leur stabilité (on pourra noter J le moment d'inertie, par rapport à l'axe Oz , de l'ensemble mobile en rotation).

d) Pour augmenter le "couple au démarrage" Γ_d , on ajoute une résistance supplémentaire en série dans le circuit du rotor.

Calculer la nouvelle valeur numérique de Γ_d pour $R = 8 \Omega$.

4. Puissance et rendement

On note $P_{\text{méca}}$ la puissance mécanique moyenne et P_J la puissance moyenne dissipée par effet Joule dans les conducteurs du rotor.

4.1. Exprimer $P_{\text{méca}}$ et P_J en fonction de Γ_0 , R , L , ω_r et ω

4.2. La puissance électromagnétique moyenne P_{em} transmise du stator vers le rotor est intégralement convertie en puissance mécanique moyenne $P_{\text{méca}}$ et en puissance moyenne P_J dissipée par effet Joule dans les conducteurs du rotor.

En déduire l'expression du rendement en fonction de ω et ω_s ; on rappelle que $\omega_r = \omega_s - \omega$

4.3. Application numérique : calculer la valeur du rendement il pour un glissement égal à $g = 0,05$.

Partie B : Sonde à effet Hall (31%)

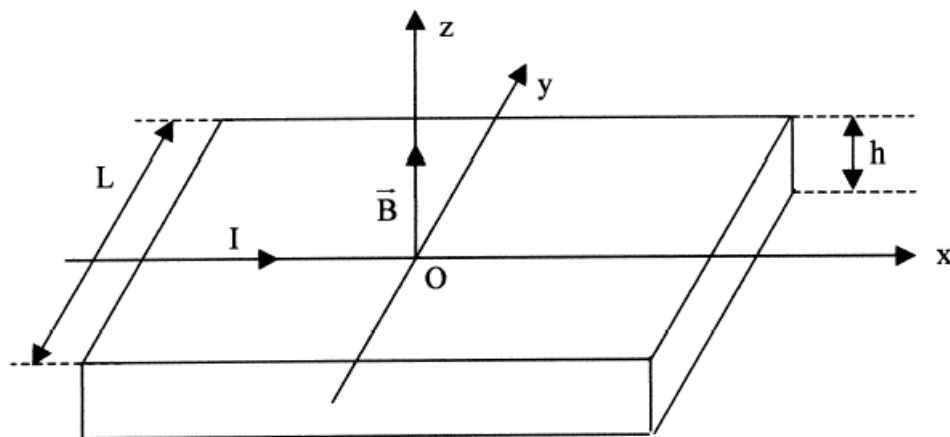


Figure 4

On considère une plaque rectangulaire d'épaisseur h et de largeur L .

1. Etude de l'effet Hall

La plaque est parcourue par un courant d'intensité I , uniformément réparti sur la section de la

plaque et de densité de courant volumique $\vec{j} = j \vec{e}_x$

La conduction électrique est assurée par des porteurs mobiles identiques, de charge q , de nombre par unité de volume noté n .

La plaque est placée dans un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B \vec{e}_z$ créé par des sources extérieures. On néglige le champ magnétique créé par le courant I dans la plaque devant $\vec{B}$.

1.1. Exprimer le vecteur vitesse $\vec{v}$ des porteurs de charge dans la plaque en fonction de $\vec{j} = j \vec{e}_x$, n et q .

1.2. Montrer qu'il existe en régime permanent un champ électrique, perpendiculaire à Ox , appelé champ électrique de Hall $\vec{E}_H$. Exprimer les composantes de $\vec{E}_H$.

1.3. Déterminer, en régime permanent, la valeur de la différence de potentiel transversale $V_H = V(A_1) - V(A_2)$ où A_1 et A_2 sont deux points de même abscisse x et d'ordonnées respectives $y_{A1} = -L/2$ et $y_{A2} = +L/2$.

Montrer que V_H , tension de Hall, peut s'écrire $V_H = C_H IB/h$. Expliciter la constante C_H .

1.4. Pour un sens de courant et de champ magnétique donnés, quelle information concernant le phénomène de conduction apporte le signe de la tension de Hall V_H ?

1.5. On peut utiliser deux matériaux : l'un qualifié de *conducteur métallique*, l'autre de *semi-conducteur*, dont les caractéristiques sont les suivantes:

	n : densité en m^{-3}	q	Conductivité γ en $S.m^{-1}$
Conducteur métallique	7.10^{28}	$-1,6.10^{-19}C$	6.10^7
Semi-conducteur de type P	2.10^{22}	$1,6.10^{-19}C$	3.10^2

a) Calculer la constante de Hall C_H pour les deux matériaux. Afin d'obtenir une tension de Hall de valeur absolue maximale pour ce capteur, quel matériau doit-on préférer?

b) Pour une intensité $I = 1$ A et un champ magnétique $B = 0,1$ T, calculer V_H pour deux épaisseurs $h = 1$ mm ou $0,1$ mm pour le matériau choisi. Quelle épaisseur est-il préférable d'utiliser?

1.6. On souhaite établir la relation entre le champ électrique $\vec{E}$ total dans la plaque et la densité de courant $\vec{j}$ en présence du champ magnétique $\vec{B}$.

Soit $\vec{E}' = E' \vec{e}_x$ la composante du champ électrique colinéaire à $\vec{j}$: on pose $\vec{j} = \gamma \vec{E}'$. Montrer qu'en présence du champ magnétique, on a $\vec{j} = \gamma (\vec{E} + C_H \vec{j} \wedge \vec{B})$.

1.7. Pour le **semi-conducteur de type P** considéré précédemment, tracer dans un plan xOy de la plaque les vecteurs $\vec{j}/\gamma$, $\vec{E}$ et les lignes équipotentielles en présence du champ magnétique.

1.8. Soit θ l'angle entre les vecteurs $\vec{j}$ et $\vec{E}$. Calculer la valeur de θ pour un champ magnétique extérieur $B = 1$ T.

2. Capteur de courant à effet Hall

Une sonde à effet Hall, d'épaisseur h , est insérée dans l'entrefer d'un circuit magnétique torique d'épaisseur pratiquement égale à h et de section S , voir figure 5 ci-dessous.

Dans toute cette partie B.2 , l'épaisseur de la sonde vaut $h = 1,5 \text{ mm}$ et la section de l'entrefer vaut $S = 1 \text{ cm}^2$.

Le matériau dont est constituée la sonde a une constante de Hall $C_H = 4.10^{-4} \text{ m}^3.C^{-1}$

La sonde à effet Hall est parcourue par un courant d'intensité constante $I = 100 \text{ mA}$.

Le courant à mesurer I_p traverse le plan xOz du circuit magnétique torique au centre de celui-ci.

Il produit un champ magnétique $\vec{B}$ dont les lignes de champ sont canalisées dans le circuit magnétique. On admet que le champ magnétique dans l'entrefer est uniforme, de direction parallèle à oz ,

et a sensiblement pour valeur $\vec{B} = (\mu_0 I_p / h) \vec{e}_z$

2.1. Capteur de courant à boucle ouverte

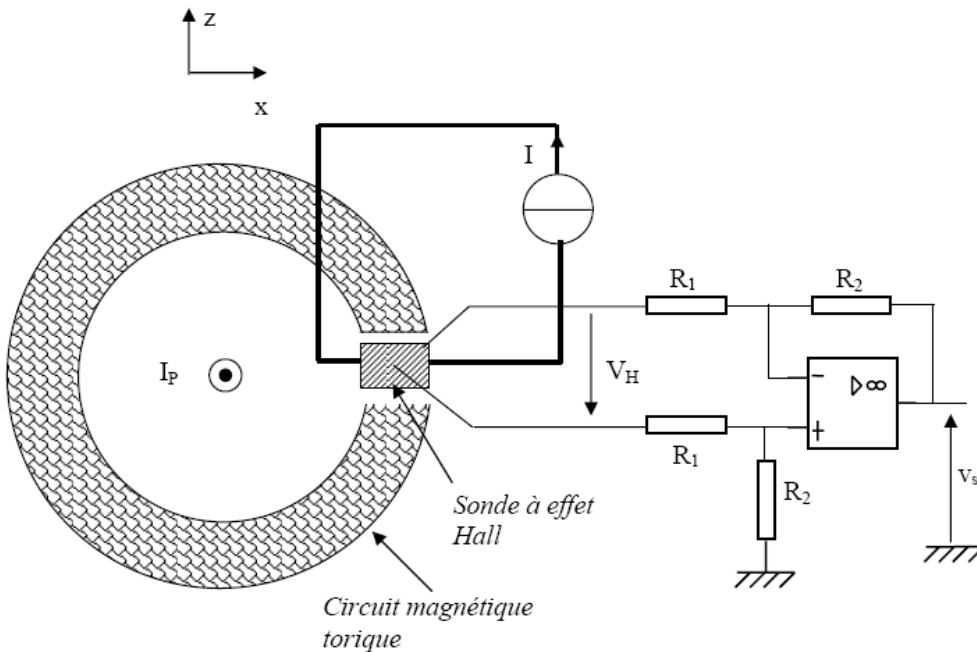


Figure 5

- A l'aide du résultat de la question 1.3. montrer que la tension de Hall V_H peut s'écrire : $V_H = K I \cdot I_p$. Expliciter la constante K .
- Pour $\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$, calculer la valeur numérique de K . Calculer V_H pour un courant $I_p = 500 \text{ A}$.
- Pour amplifier la tension V_H , on utilise un montage à A.O. supposé idéal. Exprimer la tension v_s en fonction de V_H , R_1 et R_2 .
- On souhaite obtenir une tension de sortie $v_s = k_s \times I_p$ avec $k_s = 10 \text{ mV/A}$. Proposer des valeurs pratiques

pour les résistances R_1 et R_2 .

2.2. Capteur de courant à boucle fermée (voir figure 6 ci-dessous)

Ce type de capteur de courant à effet Hall utilise un bobinage secondaire autour du tore, composé de N_s spires, et parcouru par un courant d'intensité i_s .

Le courant i_s produit un champ magnétique $\vec{B}_s$ dont les lignes de champ sont canalisées dans le circuit magnétique.

On admet que le champ B_s dans l'entrefer est uniforme, de direction parallèle à Oz , et qu'il a sensiblement pour valeur :

$$\left(- \frac{\mu_0 N_s i_s}{h} \right) \vec{u}_z .$$

Ce courant i_s est fourni par un "amplificateur de puissance" dont la tension de sortie vérifie la relation : $v_s = A \cdot V_H$ (avec $A > 0$).

Le bobinage secondaire a une résistance R et une inductance propre L .

La tension de sortie du capteur de courant, v_c , est prélevée aux bornes de la résistance R_c .

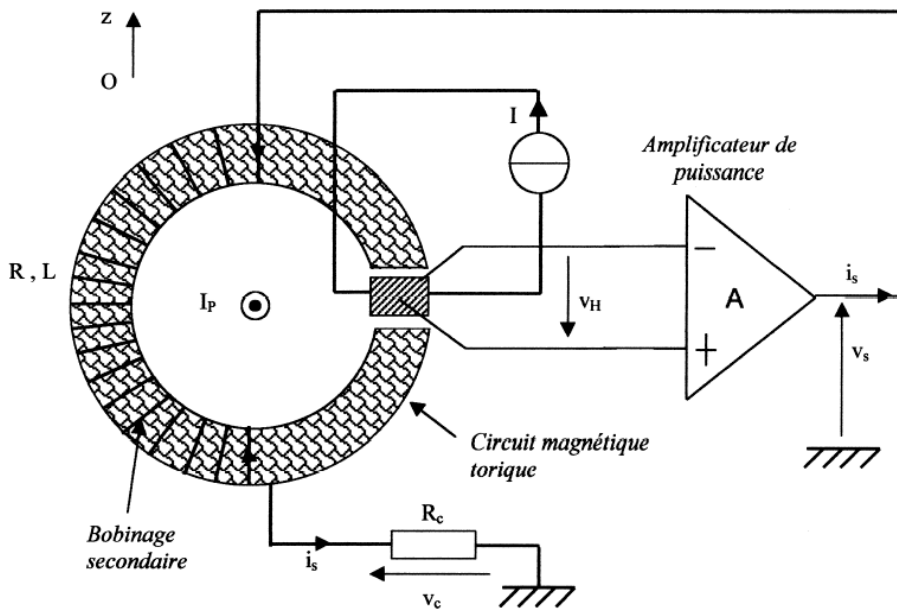


Figure 6

a) Dans cette question, on suppose que I_p est nulle.

On suppose que l'énergie magnétique, associée à B_s , est localisée principalement dans l'entrefer.

Donner l'expression de l'énergie magnétique stockée dans l'entrefer W_m due au bobinage secondaire.

En déduire la valeur de l'inductance propre L du bobinage secondaire.

Calculer sa valeur numérique pour $N_s = 100$ spires.

On se place en régime variable pour le courant à mesurer $i_p(t)$.

Ce courant crée également dans l'entrefer un champ magnétique égal à

$$\left(+ \frac{\mu_o i_p(t)}{h} \right) u_z .$$

Etablir l'équation différentielle régissant l'intensité $i_s(t)$ et la mettre sous la forme suivante:

$$\tau \frac{di_s(t)}{dt} + i_s(t) = \alpha i_p(t)$$

Exprimer τ et α en fonction des éléments L , R , R_C , A , C_H , h , I , N_S de ce capteur de courant, et de μ_0 .

c) Pour $R = 100 \, \Omega$, $R_C = 10 \, \Omega$ et $A = 1000$, calculer les valeurs numériques de τ et α .

d) On applique un échelon de courant : $i_p(t) = 0 \, \text{A}$ pour $t < 0$, et $i_p(t) = I_0 = 10 \, \text{A}$ pour $t > 0$.

Déterminer l'expression de la tension de sortie du capteur $v_c(t)$, en utilisant notamment les notations τ et α , et la représenter graphiquement. Calculer numériquement v_{climite}/I_0 .

Partie C : Etude d'un wattmètre électronique (32%)

Aucune connaissance préalable du wattmètre n'est nécessaire pour l'étude de cette partie.

On se propose d'étudier le fonctionnement d'un wattmètre électronique comprenant :

- un capteur de tension
- un capteur de courant (sonde à effet Hall)
- un multiplieur
- un filtre passe-bas

1. Puissance active

On considère un dipôle d'impédance complexe $Z = R + j X$ alimenté par une tension sinusoïdale

$$v(t) = V_M \cos(\omega t).$$

On exprime le courant $i(t)$ de la façon suivante : $i(t) = I_M \cos(\omega t - \phi)$

1.1. Donner les expressions de l'amplitude I_M de l'intensité et du déphasage ϕ en fonction de V_M , R et X .

Quel est le signe de ϕ lorsque le dipôle est inductif ?

1.2. Calculer la puissance active, valeur moyenne P de la puissance instantanée reçue par le dipôle, en fonction de V_M , I_M et ϕ .

1.3. Pour une impédance $I_M \phi$ et P .

2. Principe du wattmètre électronique

Pour mesurer la puissance active P absorbée par la charge, on utilise un wattmètre électronique réalisé selon le schéma fonctionnel suivant :

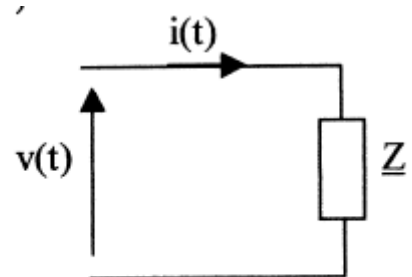


Figure 7

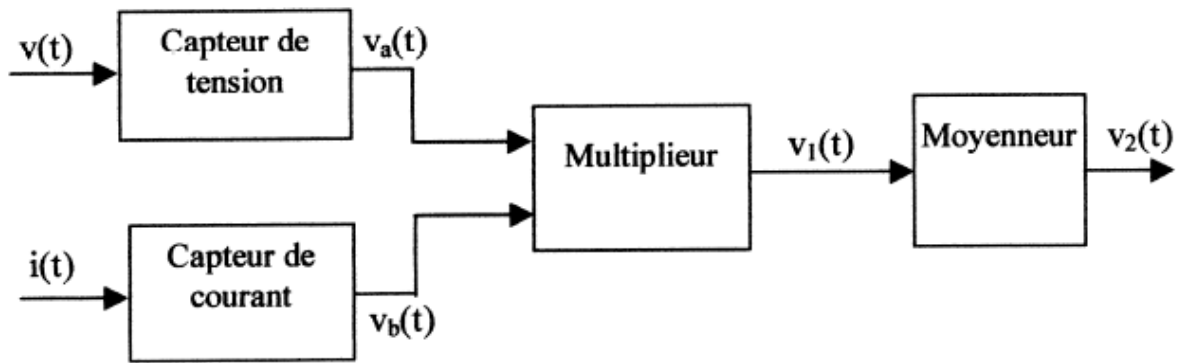


Figure 8

Le capteur de tension fournit une tension image de $v(t)$: $v_a(t) = k_a v(t)$.

Le capteur de courant fournit une tension image de $i(t)$: $v_b(t) = k_b i(t)$.

Le multiplieur est un circuit électronique qui produit la tension : $v_1(t) = K v_a(t) v_b(t)$.

Le moyeneur (étudié à la question 3) permet d'obtenir une tension "lissée", telle que : $\langle v_2 \rangle = - \langle v_1 \rangle$.

2.1. Etablir l'expression de la valeur moyenne $\langle v_2 \rangle$ de $v_2(t)$ et montrer que $\langle v_2 \rangle$ est proportionnelle à P : $\langle v_2 \rangle = k_w \cdot P$.

Expliciter la constante k_w .

2.2. On a mesuré une tension $\langle v_2 \rangle = -1,5 \text{ V}$ à la sortie du wattmètre.

Sachant que $k_a = 0,02$, $k_b = 10 \text{ mV/A}$ et $K = 2 \text{ V}^{-1}$, en déduire la valeur de la puissance active P mesurée par le wattmètre.

3. Etude du moyeneur (filtre passe-bas)

Pour obtenir la valeur moyenne du signal $v_1(t)$ on utilise un filtre passe-bas.

Le filtre passe-bas est réalisé à l'aide d'un amplificateur opérationnel que l'on supposera idéal.

Le schéma correspond à une structure dite "de Rauch".

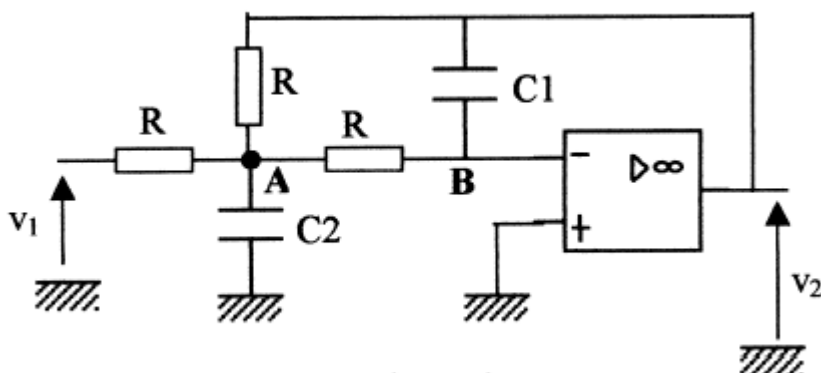


Figure 9

3.1. En utilisant au point A puis au point B l'expression de la loi des noeuds en termes de potentiels (théorème de Millman), établir deux relations entre $\underline{V}_A$, $\underline{V}_B$, $\underline{V}_1$ et $\underline{V}_2$

3.2. Déterminer la fonction de transfert $\underline{T}(j\omega) = \underline{V}_2 / \underline{V}_1$

3.3. On cherche à mettre T sous la forme canonique suivante :

$$\underline{T}(j\omega) = \frac{T_0}{1 + 2m \frac{j\omega}{\omega_0} + \left(\frac{j\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

Déterminer T_0 . Donner deux relations entre ω_0 , m et les éléments du circuit.

3.4. On souhaite obtenir une fréquence propre $f_0 = 5\text{Hz}$ et un coefficient d'amortissement $m = \sqrt{2}/2$. On choisit $R = 470 \text{ k } \Omega$

Calculer les valeurs des capacités C_1 et C_2 .

3.5. Pour les valeurs numériques précédentes, tracer le diagramme de Bode asymptotique (**gain et phase**) ainsi que l'allure de la courbe réelle sur le document-réponse fourni sur le **feuillet mobile en annexe, qui devra être rendu avec la copie**.

3.6. Donner, sans nouveau calcul, l'équation différentielle reliant les tensions v_1 et v_2 , équation où figurent les constantes ω_0 et m .

3.7. On applique à l'entrée du filtre passe-bas le signal de sortie du multiplieur $v_1(t)$

À l'entrée du wattmètre on a pour la tension et le courant :

$v(t) = V_M \cos(\omega t)$ et $i(t) = I_M \cos(\omega t - \phi)$, avec $V_M = 320 \text{ volts}$, $\omega = 100 \pi \text{ rad.s}^{-1}$, $I_M = 20 \text{ A}$ et $\phi = 1 \text{ rad}$.

Montrer que la tension de sortie du filtre passe-bas est l'opposée, en régime forcé, de la valeur moyenne de $v_1(t)$ à laquelle se superpose une composante alternative. Déterminer l'amplitude A_M de cette composante alternative et calculer sa valeur numérique. En déduire la précision relative de la mesure de la puissance active P .

4. Capteur de tension

Pour réaliser le capteur de tension, on utilise un transformateur constitué d'un bobinage primaire de n_1 spires et d'un bobinage secondaire de n_2 spires.

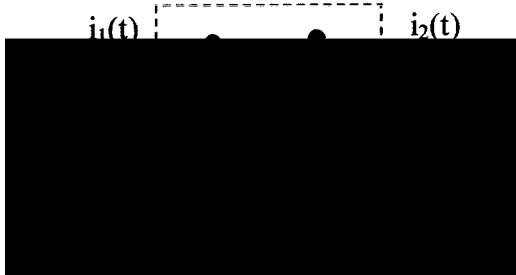


Figure 10

On suppose le transformateur parfait.

4.1. Donner la relation qui relie la tension primaire $u_1(t)$ à la tension secondaire $u_2(t)$, ainsi que la relation entre $i_1(t)$ et $i_2(t)$.

4.2. Pour une tension efficace de 230V au primaire, on souhaite une tension efficace de 5V au secondaire. Calculer la valeur du rapport de transformation n_2/n_1

On bobine 500 spires au primaire ; calculer le nombre de spires que doit comporter le secondaire.

4.3. Pour prélever la tension aux bornes du dipôle d'impédance Z , le circuit primaire du transformateur est branché en parallèle sur ce dipôle.

La résistance d'entrée du multiplieur vaut $R_e = 10\text{ k}\Omega$ calculer la puissance moyenne P_c consommée par le capteur de tension avec les valeurs numériques de la question 3.7. Conclusion.

FIN