

Методические указания к решению задач

При решении задач с применением закона сохранения импульса необходимо сначала установить, является ли данная система тел замкнутой, затем сделать схематический чертеж и обозначить на нем все известные скорости тел. Далее выбирают прямоугольную систему координат так, чтобы проекции скоростей на координатные оси выражались по возможности проще.

Если система тел замкнута, то уравнения составляют на основании закона сохранения импульса сначала в векторной форме:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_n \vec{v}_n = \text{const},$$

явной, т. е. сумма проекций импульсов всех тел на любую ось сохраняется неизменной:

$$+ \dots + m_n v_{nx} = m_1 u_{1x} + m_2 u_{2x} + \dots + m_n u_{nx},$$

$$+ \dots + m_n v_{ny} = m_1 u_{1y} + m_2 u_{2y} + \dots + m_n u_{ny},$$

m_n — массы тел системы; $v_{1x}, v_{2x}, \dots, v_{nx}$, $v_{1y}, v_{2y}, \dots, v_{ny}$ — проекции начальных скоростей этих тел (ствия тел) на оси OX и OY соответственно; $u_{1x}, u_{1y}, u_{2y}, \dots, u_{ny}$ — проекции конечных (после взаимодействия).

Закон сохранения импульса выполняется и в том случае, когда на систему действуют внешние силы, но их суммарная величина равна нулю.

Если система не замкнута, но есть такое направление, в котором сумма проекций всех внешних сил на него равна нулю, то закон сохранения импульсов всех тел системы на это направление остается постоянной.

Закон сохранения импульса можно применить также в том случае, когда на систему действуют внешние силы, но их суммарная величина равна нулю. В этом случае продолжительность взаимодействия считается бесконечно малой, поэтому можно пренебречь импульсом внешних сил и рассматривать систему как замкнутую.

Если неизвестных больше числа составленных уравнений, можно добавить к ним уравнения, связывающие неизвестные величины, и решить полученную систему уравнений.

При применении закона сохранения энергии необходимо учитывать работу внешних сил и работу сил трения. Если система тел замкнута, то со стороны окружающей среды на нее не действуют внешние силы, и работа сил трения равна нулю.

Если количество неизвестных величин больше числа составленных уравнений, то к ним следует добавить либо уравнения, составленные на основе второго закона Ньютона и закона сохранения импульса, либо кинематические уравнения. Затем систему уравнений решают относительно неизвестных величин.

Соответственно кинетическая энергия системы в начальном состоянии равна сумме кинетической и потенциальной энергии тел.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ.

192. В покоящийся шар массой $M = 2$ кг, который прикреплен к концу легкого несжимаемого стержня, закрепленного в подвесе на шарнире, попадает пуля массой $m = 0,01$ кг. Угол между направлением полета пули и линией стержня $\alpha = 45^\circ$. После удара пуля застревает в шаре, и шар вместе с пулей, откочнувшись, поднимается на высоту $h = 0,2$ м относительно первоначального положения. Найти скорость пули u .

Решение. В горизонтальном направлении на пулю и шар внешние силы не действуют, поэтому сумма проекций импульсов пули и шара на ось OX (рис. 64, а, б) остается неизменной:

$$m v \sin \alpha = (M + m) u,$$

где u — скорость шара сразу после удара.

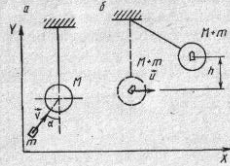


Рис. 64

193. На гладкой горизонтальной поверхности на некотором расстоянии от вертикальной стенки находится шар массой M . Второй шар массой m движется от стенки к первому шару. Между шарами происходит центральный упругий удар. При каком соотношении масс M и m второй шар после удара достигнет стенки и, упруго отразившись от нее, догонит первый шар? Оба шара находятся на одном перпендикуляре к стенке.

Решение. Согласно закону сохранения энергии, при максимальном отклонении

$$\frac{(M + m)u^2}{2} = (M + m)gh,$$

откуда $u = \sqrt{2gh}$. Подставив это значение в формулу (1), получим:

$$v = \frac{(M+m)\sqrt{2gh}}{m \sin \alpha}, v = 6 \cdot 10^2 \text{ м/с}.$$

Пусть положительное направление координатной оси совпадает с направлением вектора \vec{v}_0 . Так как вдоль этой оси силы не действуют (трения нет), сумма проекций импульсов шаров на нее сохраняется:

$$m v_0^2 = \frac{M u_1^2}{2} + \frac{m u_2^2}{2}. \quad (1)$$

Систему уравнений (1) и (2) после преобразований запишем в следующем виде:

$$m v_0 = M u_1 - m u_2. \quad (2)$$

Решив эту систему относительно u_1 и u_2 , получим два ответа:

$$1) u_1 = 0, u_2 = v_0;$$

$$2) u_1 = \frac{2m v_0}{M + m}, u_2 = \frac{(M - m)v_0}{M + m}.$$

Первый ответ соответствует ситуации до столкновения шаров, второй дает значения скоростей шаров после удара.

Чтобы второй шар после упругого отражения от стенки мог догнать первый шар, необходимо выполнение условия $u_2 > u_1$, т. е.

$$\frac{(M - m)v_0}{M + m} > \frac{2m v_0}{M + m}$$

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ.

215. Лодка стоит неподвижно в стоячей воде. Человек, находящийся в лодке, переходит с носа на корму. На какое расстояние переместится лодка, если масса человека $m_1 = 60$ кг, масса лодки $m_2 = 120$ кг, длина лодки $l = 3$ м? Сопротивление воды не учитывать.

216. Охотник стреляет с лодки. Какую скорость приобретает лодка в момент выстрела, если масса охотника с лодкой $M = 100$ кг, масса дроби $m = 40$ г и средняя начальная скорость $v_0 = 400$ м/с? Ствол ружья во время выстрела направлен под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту.

217. Третья ступень ракеты состоит из ракеты-носителя массой $M = 50$ кг и головного защитного конуса массой $m = 10$ кг. Конус отбрасывается вперед сжатой пружиной. При испытаниях на Земле с закрепленной ракетой пружиной сообщал конусу скорость $v_0 = 5,1$ м/с. Какова будет относительная скорость конуса и ракеты, если их разделение произойдет на орбите?

218. Снаряд массой $m = 40$ кг, летевший в горизонтальном направлении со скоростью $v = 600$ м/с, разорвался на 2 части массами $m_1 = 30$ кг и $m_2 = 10$ кг. Большая часть стала двигаться в прежнем направлении со скоростью $v_1 = 900$ м/с. Определить модуль и направление скорости меньшей части снаряда.

219. Два пассажира одинаковой массой $m = 70$ кг находятся на платформе, стоящей неподвижно на рельсах. Масса платформы $M = 280$ кг. Каждый пассажир начинает бежать с одинаковой относительно платформы скоростью $u = 6,0$ м/с. Найти скорость, которую приобретает платформа, если они прыгнут: а) в одну сторону одновременно; б) в разные стороны одновременно; в) в одну сторону последовательно; г) в разные стороны последовательно. В случаях «в» и «г» второй пассажир начинает бежать после того, как прыгнет первый.

220. Плот массой m_1 плывет по реке со скоростью v_1 . На плот с берега перпендикулярно направлению движения плота прыгает человек массой m_2 со скоростью v_2 . Определить скорость плота с человеком. Силой трения плота о воду пренебречь.