Université Sultan Moulay Slimane
FST de BéniMellal
Département de mathématiques
Année universitaire 08-09

Série n° 5
BCGSem3

Exercice 1 : Soit X une variable aléatoire discrète d'espace echantillonnale S= { $x_1, x_2, ..., x_n$ }. Soient a et b deux scalaires quelconques, montrer que E(aX+b)=aE(X)+b et Var(aX+b)=a ^{2} Var(X).

Exercice 2:

Soit X une variable aléatoire telle que : $X \approx N(\mu, \sigma^2)$. Montrer que E(X)= μ et Var(X)= σ^2 .

Exercice 3 :

Soit X une variable aléatoire de fonction de densité symétrique et de fonction de répartition ϕ (.). Montrer que :

1) $\phi(-x) = 1 - \phi(x)$

2) $P[X > x] = 1 - \phi(x)$

3) $P[a \le X \le b] = \phi(b) - \phi(a)$

Exercice 4: On suppose que le poids (en milliers de Kg) d'un camion remorque empruntant une autoroute obéit à la loi $N(\mu,2)$. On a pesé 20 camions remorques choisis au hasard et observé $\overline{X} = 7,4$ comme moyenne.

a) Donnez un intervalle de confiance de niveau 90% pour μ .
b) Quelle taille d'échantillon devriez-vous avoir afin que la longueur d'un intervalle de confiance de niveau 90% pour μ soit inférieure à 0,1?

Réponse :a) I.C= [6.879852, 7.920148] E= 0.5201484.
b) n= 2165.

Exercice 5: Une compagnie qui fabrique des piles s'intéresse à la durée de vie moyenne (en heures), μ , de celles-ci. Un technicien mesure donc la durée de vie pour chacune des piles d'un échantillon de taille 150. La moyenne et la variance observées sont 4,7 et 0,07 respectivement. Donnez un intervalle de confiance de niveau 95% pour μ . **Réponse : I.C=[4.65766, 4.74234] E=0.04234.**

Exercice 6: Les lectures de tension artérielle systolique (en mm Hg) sur un individu à la même heure pendant 7 jours consécutifs sont :

161	155	142	157	150	158	156

Supposons que la tension artérielle suit une loi normale, déterminez un intervalle de confiance, au niveau 95%, de la moyenne μ de la tension artérielle de cet individu.

Réponse : [148.3076, 159.9782]

Exercice 7: Vous avez prélevé un échantillon sur un caractère X obéissant à la loi $N(\mu,4)$. Avec 5 observations, vous avez construit un intervalle de confiance de niveau 95% pour μ . L'intervalle obtenu est [7.7869, 11.2931]. Par la suite, vous vous rendez compte que vous avez oublié 3 observations qui valent 10.6, 10.7 et 10.9. Reconstruisez votre intervalle de confiance de niveau 95% pour μ en tenant compte de ces nouvelles observations.

Réponse : [11.373404, 8.601596]

Exercice 8: En 1976, la commission Carnegie effectua une étude portant sur les N=2700 institutions de l'enseignement supérieur des USA à l'aide d'un échantillon aléatoire de taille $n = 225$. On a observé une moyenne de $\bar{x} = 3700$ étudiants inscrits par institution, avec un écart-type $s = 6000$. Trouvez un intervalle de confiance de niveau 95% pour μ , la moyenne d'inscrits par institution.

Réponse : [2949.23, 4450.76]

Exercice 9: On désire estimer la proportion p de pièces défectueuses parmi celles produites dans une usine au cours d'une journée. On sait que 100 000 pièces sont produites chaque jour. Pour se faire, on prélève un échantillon de n pièces sur une journée donnée.

a) Si n=300 et que 21 pièces sont défectueuses dans cet échantillon, donnez un intervalle de confiance de niveau 95% de p.
b) On veut construire un intervalle de confiance de niveau 95% pour p. Quelle est la taille minimale d'échantillon nécessaire afin que la longueur de l'intervalle soit d'au plus 0,01?

Réponse : a) [0.04112793, 0.09887207], b) n=9095

Exercice 10: Une firme de sondage désire estimer la proportion de personnes en faveur d'un parti politique. Elle s'est fixée une marge d'erreur d'au plus 3% et ce 19 fois sur 20. Combien de répondants lui faut-il? Considérer le cas N grand et $N = 5000.$

Réponse : n1 = 1068 cas infini, n2 = 880 cas N=5000.