Université Sultan Moulay Slimane
FST de BéniMellal
Département de mathématiques
Année universitaire 08-09

Série n° 4
BCGSem3

Exercice 1 :

Soit X une variable aléatoire discrète d'espace echantillonnale

S= { $x_1, x_2, ..., x_n$ }. Soient a et b deux scalaires quelconques, montrer que

a. E(aX+b)=aE(X)+b
b. Var(aX $\pm$ b)=a^2 Var(X).
c. Interpréter les résultats de a.et b.

Remarque: a et b sont aussi vrais pour X v.a. continue.

Exercice 2:

On lance simultanément deux dés sur une table. L'un est cubique ; ses faces sont numérotées 1, 2, 3, 4, 5, 6. L'autre est tétraédrique ; ses faces sont numérotées 1, 2, 3, 4. Les deux dés sont homogènes (c'est-à-dire que pour chacun des deux dés, les faces ont la même probabilité d'apparition).
On désigne par *X* la variable aléatoire qui à chaque lancer associe la valeur absolue de la différence des nombres figurant sur les deux faces en contact avec la table.

1. Quelles sont les valeurs prises par *X* ?
2. Déterminer la loi de probabilité de *X*.
3. Calculer l'espérance mathématique et la variance de *X*.
4. Définir la fonction de répartition de *X* et la représenter graphiquement.

Exercice 3:

Soit X une variable aléatoire. Montrer que

Var(X)=E(X^2)- μ_X^2 .

Exercice 4:

Soit X une variable aléatoire. Si E(X)=2 et Var(X)=5, trouver

1. E $\left[(2+X)^2\right]$

2. Var $\left[(4+3X)\right]$

Exercice 5:

Soient a et b deux réels tels que a<b. Soit U une variable aléatoire de densité f(.) définie par : f(x)=c $1_{[a,b]}$ (x).

1. Calculer c.
2. Donner la fonction de répartition de U.
3. Calculer P($\frac{2a+b}{3} \le U \le \frac{a+2b}{3}$).
4. Calculer E(X) et Var(X).

Exercice 6 :

Soit X une variable aléatoire de fonction de densité symétrique et de fonction de répartition ϕ (.). Montrer que :

1. $\phi(-x) = 1 - \phi(x)$

2. $P[X > x] = 1 - \phi(x)$

3. $P[a \le X \le b] = \phi(b) - \phi(a)$

Exercice 7:

Soit X une variable aléatoire telle que : $X \approx N(\mu, \sigma^2)$. Montrer que E(X)= μ et Var(X)= σ^2 .