التمرين الاول: (BAC 2008)

(u_n) متتالية عددية معرفة كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = \alpha & ;(\alpha \in \mathbb{R}) \\ u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - \frac{8}{9} & ;(n \in \mathbb{N}) \end{cases}$$

1) برهن بالتراجع أنه في حالة $\alpha = -\frac{8}{3}$ تكون المتتالية (u_n) ثابتة .

2) في كل ما يلي $\alpha = 2$, و نعرف المتتالية العددية (v_n) كما يلي : $v_n = u_n + \frac{8}{3}$

1) أحسب u_1 , u_2 .

2) أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول v_0

3) أكتب عبارة u_n بدلالة n . و أحسب $\lim_{n\to\infty} u_n$.

التمرين الثاني : (BAC 2008)

المتتالية العددية (u_n) معرفة كما يلي: $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 1$

1. أحسب u_1 , u_2 و u_3 .

2. أ) أثبت بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq -2$.

2) جد اتجاه تغير المتتالية (u_n) . ماذا تستنتج ؟

3. (v_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي :

$$v_n = u_n + 2$$

1. بيّن أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية .

2. عبر بدلالة n عن الحد العام v_n ثم u_n .

1) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة بـ : $v_n = u_n - 1$

2) أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول v_0

3) أكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n .

1. بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ,

$$u_{n+1} - u_n = (-4) \times 3^n$$

ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

2. عين العدد الطبيعي n بحيث يكون :

$$u_0 + u_1 + \ldots + u_n = n - 79$$

التمرين الخامس :(BAC 2010)

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ : $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n $u_{n+1} = \frac{3u_n + 2}{4}$

1) أحسب الحدود u_1 , u_2 و u_3 .

2) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n < 2$.ذ

4) بيّن أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما .

5) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة .

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n - 2$

1) بيّن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد حدها الأول و أساسها.

2) أكتب عبارة v_n بدلالة n .ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n

$$u_n = 2 - \left(\frac{3}{4}\right)^n$$

3. أحسب $\lim_{n\to\infty} u_n$.

4. أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث :

$$S_n = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n$$

التمرين الثالث : (BAC 2009)

1) نعتبر المتتالية العددية (u_n) معرفة كما يلي:

$u_0 = -1$ و من أجل كل عدد طبيعي n يكون :

$$3u_{n+1} = u_n + 4$$

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n :

$u_n \leq 2$.

2) بيّن أن المتتالية (u_n) متزايدة .

3) استنتج مع التبرير أن المتتالية (u_n) متقاربة .

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n - 2$

1) بيّن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد حدها الأول و أساسها .

2) أكتب الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج الحد العام u_n بدلالة n .

3) أحسب $\lim_{n\to\infty} u_n$.

4) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث :

$$S_n = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n$$

التمرين الرابع :(BAC 2009)

(u_n) متتالية عددية معرفة بـ $u_0 = -1$ و من أجل كل عدد طبيعي n ,

$$u_{n+1} = 3u_n - 2$$

3. أحسب u_1 , u_2 .

6) ماهي نهاية المتتالية (u_n) ؟

4) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث :

$S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$ و استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_0 + u_1 + ... + u_n = 3\left(\frac{3}{4}\right)^n + 2n - 2$

التمرين السادس : (BAC 2011)

لتكن المتتالية العددية (u_n) حيث : $u_0 = \frac{1}{2}$ و من أجل كل عدد طبيعي n

$$u_{n+1} = \frac{2}{5}u_n + \frac{1}{5}$$

1) أحسب u_1 , u_2 .

2) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > \frac{1}{3}$.

3) بيّن أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما ثم استنتج أنها متقاربة .

4) لتكن المتتالية العددية (v_n) حيث من أجل كل عدد طبيعي n ,

$$v_n = u_n - \frac{1}{3}$$

1. بيّن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها و حدها الأول

2. اكتب كلا من v_n و u_n بدلالة n .

3. أحسب نهاية المتتالية (u_n) .

ا لأستاذ : شايب الدور