التمرين الأول :(بكالوريا 2010)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـــ :

$$f(x)=(\ln(x))^2+2\ln(x)-3$$

و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس .

1)حل في المجال $]0;+\infty[$ المعادلة : $f(x)=0$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

2)حلل $f(x)$ الى جداء عاملين .

3)حل في المجال $]0;+\infty[$ المتراجحة : $2\ln(x)+2\geq 0$

4)أحسب $f'(x)$ و استنتج اتجاه تغير الدالة f

التمرين الثاني : (بكالوريا 2009)

ليكن $P(x)$ كثير الحدود حيث : $P(x)=2x^2-5x+2$

1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $P(x)=0$

2)استنتج في المجال $]0;+\infty[$ حلول المتراجحة التالية :

$$2(\ln(x))^2-5\ln(x)+2>0$$

3)حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $2^{2x+1}=5\times 2^x-2$

التمرين الثالث:

الجزء الأول:

نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـِ

$$g(x)=x+1+\ln x$$

1.عين نهايتي الدالة g عند 0 و عند $+\infty$.

2.أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3.بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0;+\infty[$.

4.حدد حسب قيم x إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

الجزء الثاني:

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي:

$$f(x)=\frac{x\ln x}{x+1}$$

ليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;I,J)$

1)من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، بين أن $f'(x)=\frac{g(x)}{(x+1)^2}$.

2)استنتج اتجاه تغير الدالة f

3)أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$. تحقق أن $f(\alpha)=-\alpha$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

4)أحسب النهاية: $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-\ln x]$. فسر بيانيا النتيجة. أرسم المنحنيين (C) و (Γ)