

التمرين الأول: (بكالوريا 2010)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ :

$$f(x) = (\ln(x))^2 + 2\ln(x) - 3$$

و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس .

(1) حل في المجال $]0; +\infty[$ المعادلة : $f(x) = 0$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

(2) حل $f(x)$ الى جداء عاملين .

(3) حل في المجال $]0; +\infty[$ المتراجحة : $2\ln(x) + 2 \geq 0$

(4) أحسب $f'(x)$ و استنتج اتجاه تغير الدالة f

التمرين الثاني : (بكالوريا 2009)

ليكن $P(x)$ كثير الحدود حيث : $P(x) = 2x^2 - 5x + 2$

(1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $P(x) = 0$

(2) استنتج في المجال $]0; +\infty[$ حلول المتراجحة التالية :

$$2(\ln(x))^2 - 5\ln(x) + 2 > 0$$

(3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $2^{2x+1} = 5 \times 2^x - 2$

التمرين الثالث:

الجزء الأول:

نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ

$$g(x) = x + 1 + \ln x$$

1. عين نهايتي الدالة g عند 0 و عند $+\infty$.

2. أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال

$$]0; +\infty[$$

4. حدد حسب قيم x إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

الجزء الثاني:

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي:

$$f(x) = \frac{x \ln x}{x+1}$$

ليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس

$$(O; I, J)$$

(1) من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، بين أن $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$.

(2) استنتج اتجاه تغير الدالة f

(3) أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$. تحقق أن $f(\alpha) = -\alpha$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(4) أحسب النهاية: $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \ln x]$. فسر بيانها النتيجة. أرسم

المنحنيين (C) و (Γ)