ينسب المستوي إلى معلم $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$. $ABCD$ متوازي أضلاع ، النقط H ، G ، F ، E معرفة كما يلي :

$\overrightarrow{AD}=3\overrightarrow{AE}$ ؛ $\overrightarrow{DC}=3\overrightarrow{DF}$ ؛ $\overrightarrow{CB}=3\overrightarrow{CG}$ ؛ $\overrightarrow{BA}=3\overrightarrow{BH}$

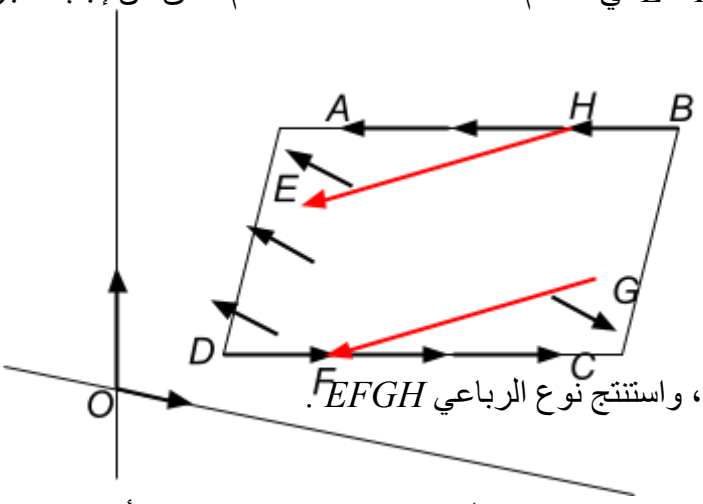
1) أنجز شكلا مناسبا.

2) بين أن الشعاعين $\overrightarrow{HE}$ و $\overrightarrow{GF}$ متساويان ، واستنتج نوع الرباعي $EFGH$.

3) عين إحداثيي كل نقطة من النقط H ، G ، F ، E في المعلم $(B\,;\overrightarrow{BC}\,;\overrightarrow{BA})$ ، ثم تحقق من إجابة الجزء (ب) تحليليا (أي باستعمال الإحداثيات) .

الحل :

1) أنجز شكلا مناسبا.



2) بين أن الشعاعين $\overrightarrow{HE}$ و $\overrightarrow{GF}$ متساويان ، واستنتج نوع الرباعي $EFGH$.

$$\overrightarrow{HE}=\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{CF}+\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{GF}$$

بما أن : $\overrightarrow{HE}=\overrightarrow{GF}$ فإن : $(HE)\,//\,(GF)$ و $HE=GF$ ومنه الرباعي $EFGH$ هو متوازي أضلاع.

3) عين إحداثيي كل نقطة من النقط H ، G ، F ، E في المعلم $(B\,;\overrightarrow{BC}\,;\overrightarrow{BA})$ ، ثم تحقق من إجابة الجزء (ب) تحليليا (أي باستعمال الإحداثيات) .

$$\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{BA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA}$$

ومنه : $E(\frac{1}{3}\,;1)$ في المعلم $(B\,;\overrightarrow{BC}\,;\overrightarrow{BA})$

$$\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{BC}+\frac{2}{3}\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{BC}+\frac{2}{3}\overrightarrow{BA}$$

ومنه : $F(1\,;\frac{2}{3})$ في المعلم $(B\,;\overrightarrow{BC}\,;\overrightarrow{BA})$

$$\overrightarrow{BG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$$

ومنه : $G(\frac{2}{3}\,;0)$ في المعلم $(B\,;\overrightarrow{BC}\,;\overrightarrow{BA})$

$$\overrightarrow{BH}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$$

ومنه : $H(0\,;\frac{1}{3})$ في المعلم $(B\,;\overrightarrow{BC}\,;\overrightarrow{BA})$

$$\overrightarrow{HE}\begin{pmatrix}\frac{1}{3}-0\\ 1-\frac{1}{3}\end{pmatrix}\quad \overrightarrow{HE}\begin{pmatrix}\frac{1}{3}\\ \frac{2}{3}\end{pmatrix}\quad \overrightarrow{GF}\begin{pmatrix}1-\frac{2}{3}\\ \frac{2}{3}-0\end{pmatrix}\quad \overrightarrow{GF}\begin{pmatrix}\frac{1}{3}\\ \frac{2}{3}\end{pmatrix}$$

ومنه : ومنه :

إذن : $\overrightarrow{HE}=\overrightarrow{GF}$.