

ABC مثلث . G مركز ثقله . A' منتصف $[BC]$.

$$(1) \text{ بين أن : } \vec{GB} + \vec{GC} = 2\vec{GA}'$$

$$(2) \text{ بين أن : } \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$$

الحل :

$$(1) \text{ لدينا } A' \text{ منتصف } [BC] \text{ إذن : } \vec{A'B} + \vec{A'C} = \vec{0}$$

$$\text{ومنه : } \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{GA}' + \vec{A'B} + \vec{GA}' + \vec{A'C} = 2\vec{GA}'$$

$$(2) \text{ بين أن : } \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$$

$$\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{GA}' + \vec{A'A} + 2\vec{GA}' = \vec{A'A} + 3\vec{GA}'$$

بما أن G مركز ثقل المثلث ABC فإن : $\vec{AA}' = 3\vec{GA}$ و الشعاعان \vec{GA}' و \vec{AA}' لهما نفس الاتجاه

$$\text{إذن : } \vec{AA}' = 3\vec{GA}' \text{ وبالتالي : } \vec{A'A} + 3\vec{GA}' = \vec{0} \text{ إذن : } \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$$