تمارين المتتاليات العددية

الأستاذ : شايب الدور

التمرين الاول:

لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي :

$u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 1$

1) أحسب كل من u_1 و u_2 و u_3 .

2) أ) برهن بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n لدينا :

$u_n \geq -2$.

ب) حدد تغير المتتالية (u_n) . ماذا تستنتج ؟

3) لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي : $v_n = u_n + 2$

1) بيين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

2) عبر بدلالة n عن v_n ثم u_n .

3) أحسب $\lim_{n\to\infty} u_n$.

4) أحسب بدلالة n المجاميع S_n و S'_n حيث :

$$S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \ldots . v_n$$
$$S'_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots . u_n$$

التمرين الثاني :

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي :

$u_0 = 0$ و من أجل كل عدد طبيعي n لدينا:

$u_{n+1} = \frac{2}{3}\ u_n + \frac{1}{3}$

1) أ) أحسب كل من u_1 و u_2 .

ب) برهن بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n لدينا:

$0 \leq u_n < 1$.

ج) برهن أن (u_n) متزايدة ثم استنتج أنها متقاربة.

2) لتكن الدالة f المعرفة كما يلي : $f(x) = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$

1. عين العدد الحقيقي α حيث : $f(\alpha) = \alpha$.
2. نفرض أن $\alpha = 1$ و لتكن من أجل كل $n \in N$:

$v_n = u_n - \alpha$

3. بيين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .
4. استنتج (u_n) بدلالة n . ثم أحسب u_n

تمارين المتتاليات العددية

الأستاذ : شايب الدور

التمرين الاول :

لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي :

$u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 1$

1) أحسب كل من u_1 و u_2 و u_3 .

2) أ) برهن بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $u_n \geq -2$.

ب) حدد تغير المتتالية (u_n) . ماذا تستنتج ؟

3) لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي :

$v_n = u_n + 2$

1) بيين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

2) عبر بدلالة n عن v_n ثم u_n .

3) أحسب $\lim\limits_{n\to\infty} u_n$.

4) أحسب بدلالة n المجاميع S_n و S'_n حيث :

$S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \ldots . v_n$

$S'_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots . u_n$

التمرين الثاني :

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي :

$u_0 = 0$ و من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $u_{n+1} = \frac{2}{3}\ u_n + \frac{1}{3}$

1) أ) أحسب كل من u_1 و u_2 .

ب) برهن بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $0 \leq u_n < 1$.

ج) برهن أن (u_n) متزايدة ثم استنتج أنها متقاربة.

2) لتكن الدالة f المعرفة كما يلي : $f(x) = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$

1) عين العدد الحقيقي α حيث : $f(\alpha) = \alpha$.

2) نفرض أن $\alpha = 1$ و لتكن من أجل كل $n \in N$: $u_n - \alpha =$

3) بيين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول

4. استنتج (u_n) بدلالة n . ثم أحسب u_n