$\vec{u}$ ، $\vec{v}$ شعاعان غير معدومين من المستوي ومرتبطان خطيا .

1) بين أن الشعاعين $2\vec{u}+3\vec{v}$ و $\vec{u}$ مرتبطان خطيا .

2) بين أن الشعاعين $\alpha\vec{u}+\beta\vec{v}$ و $\vec{u}$ مرتبطان خطيا وذلك من أجل كل عددين حقيقيين α و β .

الحل :

1) بين أن الشعاعين $2\vec{u}+3\vec{v}$ و $\vec{u}$ مرتبطان خطيا .

$\vec{u}$ ، $\vec{v}$ شعاعان غير معدومين من المستوي ومرتبطان خطيا معناه أنه يوجد عدد حقيقي غير معدوم k حيث :

$\vec{v}=k.\vec{u}$ ومنه : $2\vec{u}+3\vec{v}=2\vec{u}+3k\vec{u}=(2+3k)\vec{u}$

بوضع $k'=2+3k$ نجد $2\vec{u}+3\vec{v}=k'\vec{u}$ حيث k' عدد حقيقي

وبالتالي : الشعاعان $2\vec{u}+3\vec{v}$ و $\vec{u}$ مرتبطان خطيا .

ملاحظة : يمكن أن يكون $k'=0$ ويصبح $2\vec{u}+3\vec{v}=\vec{0}$ والشعاع المعدوم مرتبط خطيا مع أي شعاع.

2) بين أن الشعاعين $\alpha\vec{u}+\beta\vec{v}$ و $\vec{u}$ مرتبطان خطيا وذلك من أجل كل عددين حقيقيين α و β .

$\alpha\vec{u}+\beta\vec{v}=\alpha\vec{u}+\beta k\vec{u}=(\alpha+\beta k)\vec{u}$

بوضع $(\alpha+\beta k=k')$ نجد $\alpha\vec{u}+\beta\vec{v}=k'\vec{u}$ حيث k' عدد حقيقي

ومنه : الشعاعان $\alpha\vec{u}+\beta\vec{v}$ و $\vec{u}$ مرتبطان خطيا وذلك من أجل كل عددين حقيقيين α و β .