

$\frac{MB}{MC} = \frac{AB}{AC}$ مثلث ABC ، $[AM]$ منصف زاوية الرأس A يقطع $[BC]$ في النقطة M . بين أن :

أرسم المستقيم الموازي لـ (AB) الذي يشمل النقطة C و يقطع (AM) في A' .

(2) استنتج أن MC AC :

أرسم المستقيم (D) العمودي على (AM) الذي يشمل A ، علم B و C ' المسقطان العموديان للنقطتين B و C على (D) على الترتيب.

(1) بين لماذا MC AC' ؟

$$MC = AC \text{ استنتاج أن} \quad (3)$$

علم النقطتين K و H المسقطان العموديان للنقطة M على (AB) و (AC) على الترتيب.

(2) عبر عن مساحة المثلث ABM باعتبار $[AB]$ كقاعدة ،

$$(3) \quad MC = AC \text{ استنتاج أن}$$

طريقة 1 : باستعمال مبرهنة طاليس

أرسم المستقيم الموازي لـ (AB) الذي يشمل النقطة C و يقطع (AM) في A' .

$\hat{B}\hat{A}\hat{A}' = \hat{A}'\hat{A}\hat{C}$ متبادلتان داخليا و $\hat{B}\hat{A}\hat{A}' = \hat{A}\hat{A}'\hat{C}$ من الفرضيات

إذن : $\hat{A}'AC = \hat{AA}'C$ ومنه المثلث $AA'C$ متساوي الساقين إذن : $'CA = CA$

$$(2) \quad \text{استنتج أن : } MC = AC$$

لدينا $(AB) \parallel (A'C)$ ومنه حسب مبرهنة طاليس : $\frac{MC}{MA'} = \frac{CA'}{CA}$ ومنه : $\frac{MC}{CA'} = \frac{MA'}{CA}$

طريقة 2 : باستعمال تشابه المثلثات

أرسم المستقيم (D) العمودي على (AM) الذي يشمل A ، علم B' و C' المسقطان العموديان للنقطتين B و C على (D) على الترتيب.



$$\frac{MB}{MC} = \frac{AB'}{AC'} \quad (1) \quad \text{بين لماذا}$$

لدينا (BB') و (AM) و (CC') مستقيمات متوازية.

$$\frac{OA}{OM} = \frac{OB'}{OB} \quad \frac{OC'}{OC} = \frac{OA}{OM} \quad \frac{OA}{OB'} = \frac{OM}{OB} \quad \frac{OC'}{OA} = \frac{OC}{OM}$$

$$\frac{OA}{OM} = \frac{OB'}{OB} = \frac{OB' - OA}{OB - OM} = \frac{AB'}{MB} \quad \frac{OC'}{OC} = \frac{OA}{OM} = \frac{OA - OC'}{OM - OC} = \frac{AC'}{MC}$$

$$\frac{MB}{MC} = \frac{AB'}{AC'} \quad \frac{AC'}{MC} = \frac{AB'}{MB}$$

وبالتالي : يعني $\frac{MB}{MC} = \frac{AB'}{AC'}$.

$$\hat{B}B'A = \hat{A}C'C = 90^\circ \quad \text{لدينا :}$$

ولدينا : $\hat{B}'BA = \hat{B}AM$ و $\hat{B}AM = \hat{MAC}$ و $\hat{MAC} = \hat{ACC}'$ بالتبادل الداخلي و المعطيات

$$\hat{B}'BA = \hat{ACC}' \quad \text{إذن :}$$

ولدينا : $\hat{B}'AB = 90^\circ - \hat{B}'BA$ و $\hat{C}'AC = 90^\circ - \hat{ACC}'$ إذن : $\hat{B}'AB = \hat{C}'AC$ ومنه المثلثان $'ABB$ و $'ACC$ متشابهان.

$$\frac{MB}{MC} = \frac{AB}{AC} \quad (3) \quad \text{استنتج أن}$$

$$\frac{MB}{MC} = \frac{AB'}{AC'} \quad \text{من السؤال أ} \quad \text{لدينا :}$$

$$\frac{AB'}{AC'} = \frac{AB}{AC} = \frac{BB'}{CC'} \quad \text{من السؤال ب) نستنتج :}$$

$$\frac{MB}{MC} = \frac{AB}{AC} \quad \text{إذن :}$$

طريقة 3 : باستعمال المساحات

علم النقطتين K و H المسقطان العموديان للنقطة M على (AB) و (AC) على الترتيب.

$$(1) \quad \text{بين لماذا } MH = MK ?$$

نقارن بين المثلثين القائمين AMH و AMK لهما $[AM]$ وتر مشترك

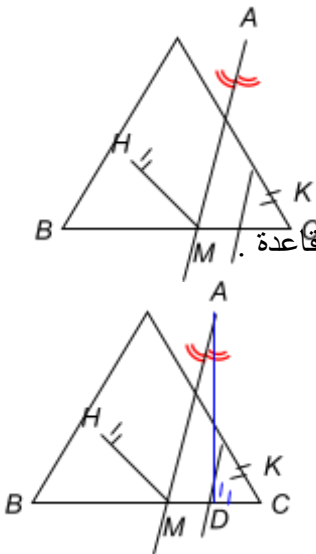
$$\hat{H}AM = \hat{MAK} \quad \text{وبالتالي المثلثان متقايسان إذن } MH = MK$$

(2) عبر عن مساحة المثلث ABM باعتبار $[AB]$ كقاعدة ، ثم باعتبار $[BM]$ كقاعدة .

$$s(ABM) = \frac{1}{2} BM \times AD \quad \text{و} \quad s(ABM) = \frac{1}{2} AB \times HM$$

كرر العملية مع المثلث ACM .

$$s(ACM) = \frac{1}{2} CM \times AD \quad \text{و} \quad s(ACM) = \frac{1}{2} AC \times KM$$



$$\frac{MB}{MC} = \frac{AB}{AC}$$

(3) استنتج أن

من السؤال السابق نستنتج أن : $BM \times AD = AB \times HM$ و $CM \times AD = AC \times KM$

$$\frac{MB}{MC} = \frac{AB}{AC} \quad \frac{BM}{CM} = \frac{AB}{AC} \quad \frac{BM \times AD}{CM \times AD} = \frac{AB \times HM}{AC \times KM}$$

ومنه : $CM \times AD = AC \times KM$ بما أن : $MH = MK$ فإن : $\frac{BM}{CM} = \frac{AB}{AC}$ أي : $\frac{MB}{MC} = \frac{AB}{AC}$