

دورة ماي 2017

البكالوريا التجريبية في مادة الرياضيات

الشعبة: 3 علوم تجريبية

المدة: 3 ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول : (4 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$, C, B, A و D النقط من الفضاء من السابق حيث :

$$A(2;1;-1), B(-1;2;4), C(0;-2;3), D(1;1;-2) \text{ و } (P) \text{ المستوي المعرف بالمعادلة الديكارتية } 2x - y + 2z + 1 = 0$$

المطلوب : أجب بصحيح أو خطأ مع تبرير الإجابة في كل حالة من الحالات :

(1) النقط A, B, C تعين مستويا .

(2) المستقيم (AC) محتوئ في المستوي (P) .

(3) الجملة :
$$\begin{cases} x = 2t \\ y = -2 + 3t; t \in \mathbb{R} \\ z = 3 - 4t \end{cases}$$
 هي تمثيل وسيطي للمستقيم (AC) .

(4) المسافة بين النقط D و المستوي (P) تساوي $\frac{3}{2}$.

(5) النقط $E(-2;-1;1)$ هي المسقط العمودي للنقط C على (P) .

التمرين الثاني: (5 نقاط)

(1) أ- حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة التالية : $z^2 - 2z + 2 = 0$.

2- استنتج في $\mathbb{C}$ حلول المعادلة : $(-iz + 3 + 3i)^2 - 2(-iz + 3 + 3i) + 2 = 0$

(i العدد المركب الذي طويلته 1 و $\frac{\pi}{2}$ عمدة له)

(2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{u}; \vec{v})$, B, A و C النقط من المستوي السابق لواحقتها

على الترتيب : Z_B, Z_A و Z_C حيث : $Z_A = 1 + i$, $Z_B = \overline{Z_A}$ و $Z_C = 2Z_B$.

1- اكتب على الشكل الأسّي العددين Z_B و Z_C , ثم علم النقط B, A و C .

2- برهن أن النقط B, A و C تنتمي إلى الدائرة التي مركزها النقطة I ذات اللاحقة 3، يطلب تعيين نصف قطرها

(3) احسب العدد $\frac{Z_C - 3}{Z_A - 3}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث IAC .

(4) أ) عيّن لاحقة النقطة E صورة النقطة O بالانسحاب الذي شعاعه $2IC$.

ب) عيّن لاحقة النقطة D صورة النقطة E بالدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

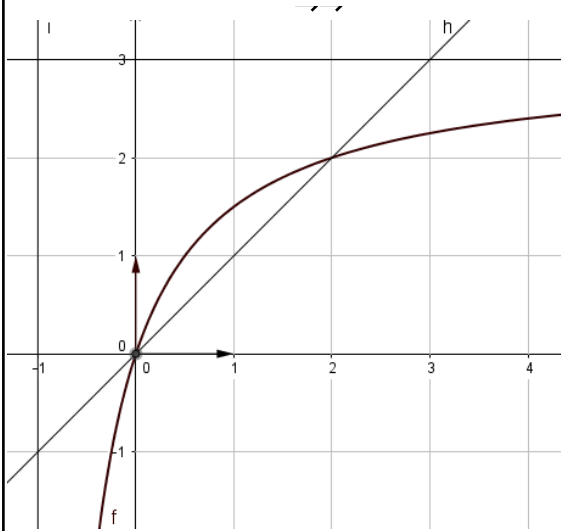
ج) بيّن أن المستقيمين (AB) و (CD) متعامدان.

(5) عيّن مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z التي تحقق: $Z = Z_A + 4e^{i\theta}$ لما θ يمسح $\mathbb{R}$.

الصفحة 1 من 4

التمرين الثالث: (4 نقاط)

f دالة معرفة على المجال $]-1, +\infty[$ بالشكل: $f(x) = \frac{3x}{x+1}$



(C) المنحنى البياني الممثل للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم

(u_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0 = 1$ و $u_n = \frac{3u_{n-1}}{u_{n-1} + 1}$

(1) أ- أعد رسم الشكل المقابل على ورقة الإجابة ثم مثل على محور الفواصل موضعا خطوط الإنشاء).

2- ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.

ج- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_n < 2$$

د - أثبت أن المتتالية (u_n) متزايدة، ثم استنتج أنها متقاربة، و عيّن نهايتها.

(1) (v_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n = 1 - \frac{2}{u_n}$

(1) برهن أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

(2) اكتب عبارة v_n بدلالة n و استنتج عبارة u_n بدلالة n ثم تحقق من نهاية المتتالية (u_n) .

(2) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = \frac{u_0}{u_0 - 2} + \frac{u_1}{u_1 - 2} + \dots + \frac{u_n}{u_n - 2}$

$$f(x) = -x - 1 + \frac{2e^x}{e^x + 1} \quad . \quad f \text{ الدالة المعرفة على } R \text{ كمايلي :}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; i; j)$.

1 (بين انه من اجل كل عدد حقيقي x فان: $f(-x) + f(x) = 0$ ثم استنتج ان الدالة f فردية .

2) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ ثم استنتج نهايتها عند $+\infty$.

3 (ا - بين انه من اجل كل عدد حقيقي x فان: $f'(x) = -\frac{e^{2x} + 1}{(e^x + 1)^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

ب - شكل جدول تغيرات الدالة f .

4 (احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (-x - 1)]$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين يطلب ايجاد معادلتيهما

5 (انشئ المنحنى (C_f) .

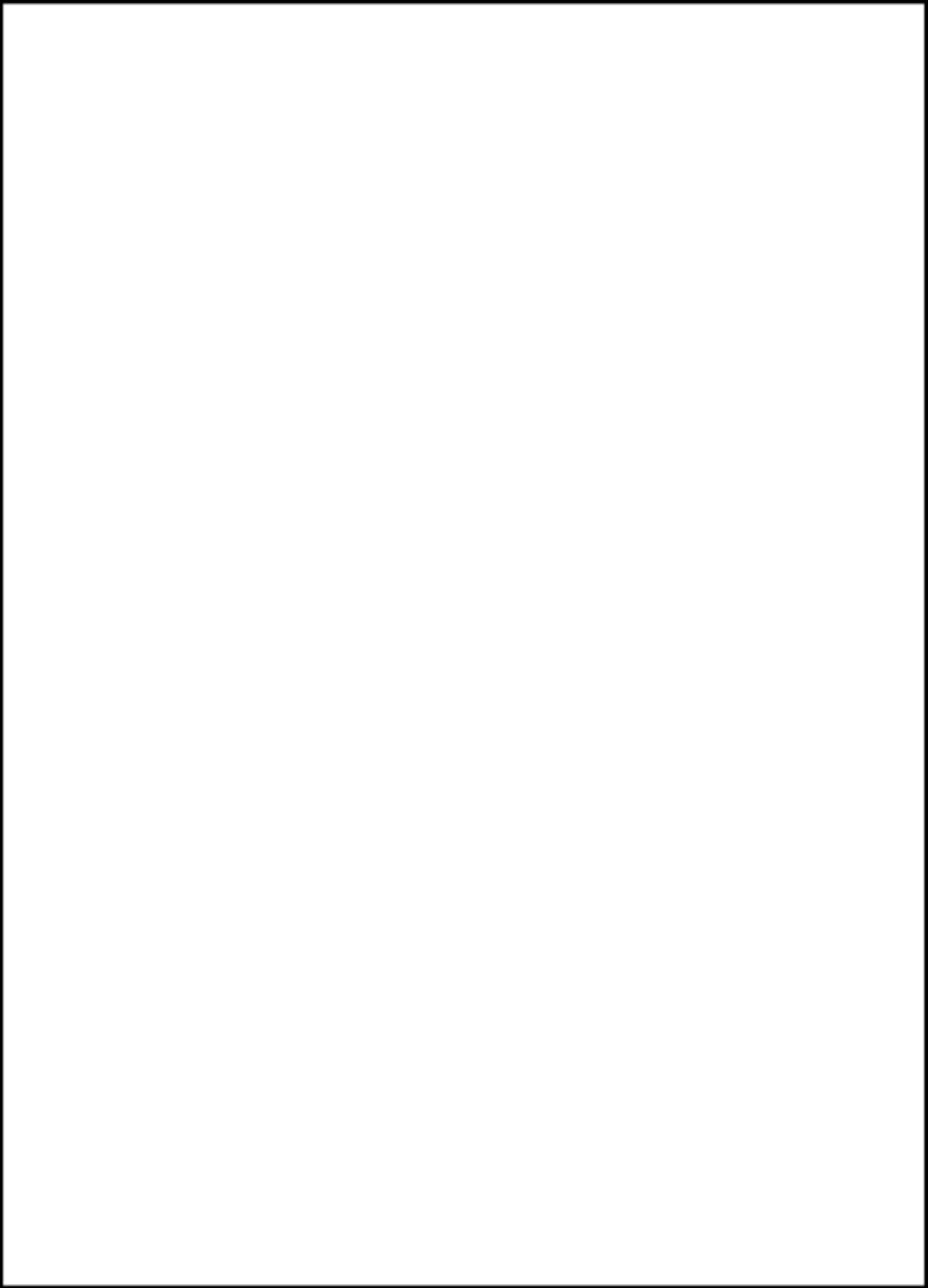
6 λ عدد حقيقي سالب تماما ، نسمي $S(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و

المستقيمت التي معادلاتها:

$$y = -x - 1 \quad ; \quad x = 0 \quad \text{و} \quad x = \lambda \quad .$$

ا - عبر بدلالة λ عن المساحة $S(\lambda)$.

ب - احسب $\lim_{\lambda \rightarrow -\infty} S(\lambda)$.



الموضوع الثاني

التمرين الاول : (04 نقاط)

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = u_n e^{-u_n} \end{cases} : (u_n) \text{ متتالية معرفة على } N \text{ كمايلي}$$

- 1 (أ- برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n فان $u_n > 0$.
 - ب- بين ان (u_n) متناقصة .
 - ج- استنتج ان (u_n) متقاربة ثم احسب نهايتها .
- 2 (w_n) متتالية معرفة من اجل كل عدد طبيعي n كمايلي : $w_n = \ln(u_n)$.

- أ- اثبت انه من اجل كل عدد طبيعي n فان : $u_n = w_n - w_{n+1}$.
- ب- نضع $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$ بين ان $S_n = w_0 - w_{n+1}$ ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

الفضاء منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

نعتبر النقط $A(-1; 0; 1)$; $B(1; 1; 0)$; $C(0; -1; -4)$ و $D(-1; 1; 2)$.

1(أ- بين ان الشعاعين $\vec{AB}$ و $\vec{BC}$ متعامدان .

ب- استنتج طبيعة المثلث ABC ثم احسب مساحته .

2(أ- عين شعاعا $\vec{n}$ حيث $\vec{n} \cdot \vec{AB} = 0$ و $\vec{n} \cdot \vec{BC} = 0$.

ب- استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

ج- تحقق ان النقطة D لا تنتمي الى المستوي (ABC) و استنتج طبيعة

الرباعي $ABCD$.

د- احسب المسافة بين النقطة D والمستوي (ABC) .

3 (احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

التمرين الثالث : (05 نقاط)

في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$

نعتبر النقط $A; B; S$ و Ω التي لواحقها على الترتيب $z_A = -2 + 4i$; $z_B = -4 + 2i$;

$$z_S = -5 + 5i \text{ و } z_\Omega = -2 + 2i .$$

1) أوجد الشكل المثلثي لكل من: $z_B \times z_A$ و $z_\Omega \times z_S$.

2) ليكن h التحاكي الذي مركزه S ونسبته 3 .

أ - اكتب العبارة المركبة للتحاكي h .

ب - عين لاحقتي النقطتين C و D بحيث $h(A) = C$ و $h(B) = D$.

3) بين ان النقط $A ; B ; C$ و D تنتمي لنفس الدائرة يطلب تعيين

مركزها ونصف قطرها .

4) نعتبر (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z من المستوي التي تحقق

$$|z + 2 - 4i| = |z + 4 - 2i| .$$

أ - عين طبيعة المجموعة (E) .

ب- بين ان المستقيم $(S\Omega)$ هو محور القطعة المستقيمة $[AB]$.

5) لتكن H منتصف القطعة المستقيمة $[AC]$ عين $\arg\left(\frac{z_{\Omega} - z_H}{z_D - z_B}\right)$ واستنتج قيسا للزاوية $(\overrightarrow{BD}; \overrightarrow{H\Omega})$

التمرين الرابع : 07 نقاط)

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ كمايلي : $g(x) = (\ln(x))^3 + \ln(x) - 2$.

1) أحسب $g(1)$ و $g(e)$.

2) ادرس تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها .

3) استنتج اشارة $g(x)$ من اجل كل عدد حقيقي x من $]0; +\infty[$.

II. لتكن الدالة f المعرفة كمايلي : $f(x) = \ln(x) - \frac{1}{\ln(x)} + \frac{1}{(\ln(x))^2}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس

$(O; i; \overrightarrow{j})$.

1) أ - تحقق ان الدالة f معرفة على $]0; 1[\cup]1; +\infty[$ $D_f =$.

ب - احسب نهايات الدالة f عند حدود D_f .

ج - حدد معادلتى المستقيمين المقاربين للمنحني (C_f) .

2) أ - بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من D_f فان $f'(x) = \frac{g(x)}{x (\ln(x))^3}$.

ب - ادرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

ج - بين انه يوجد عدد حقيقي α وحيد من $\left] \frac{1}{e^2}; \frac{1}{e} \right[$ حيث $f(\alpha) = 0$.

3) نعتبر (Γ) التمثيل البياني للدالة $\ln$ في نفس المعلم السابق .

- أ - أدرس الوضعية النسبية للمنحنيين (Γ) و (C_f) .
- ب - أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \ln(x)]$ وفسر النتيجة بيانيا .
- ج - انشئ المنحنيين (C_f) و (Γ) .

إنتهى الموضوع الثاني

بالتوفيق