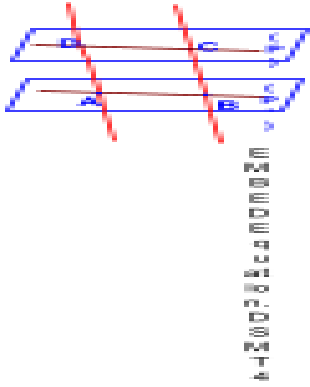


تمرين 4

نعتبر مستقيمين متوازيين تماما (Δ) و (Δ') يقطعان مستويين متوازيين تماما (P) و (P') في أربع نقاط A, B, C, D .
برهن أن الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع .
الحل :



لدينا (Δ) و (Δ') مستقيمين متوازيين إذن (AD) و (BC) مستقيمين متوازيين ويعينان مستوي $(ABCD)$

المستوي $(ABCD)$ يقطع كل من المستويان المتوازيان (P) و (P') في مستقيمين متوازيين وهما (AB) و (DC) .

إذن في المستوي $(ABCD)$ لدينا $(BC) \parallel (AD)$ و $(DC) \parallel (AB)$ ومنه الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع .

تمرين 5

$ABCD$ رباعي وجوه ؛

I, J, K, L و M, N منتصفات $[AB], [BC], [CD], [DA]$ على الترتيب .

1. برهن أن الرباعي $IJKL$ متوازي الأضلاع .

2. النقطتان M و N منتصفا $[AC]$ و $[BD]$ على الترتيب .

برهن أن للمستقيمات (IK) و (JL) و (MN) نقطة مشتركة وحيدة .

الحل :

1. في المثلث ABC نطبق نتيجة مبرهنة طاليس الخاصة بالمنتصفات

ونحصل على $(IJ) \parallel (AC)$ و $AC = 2IJ$.

ونطبق نفس النتيجة في المثلث ACD ونحصل على $(LK) \parallel (AC)$ و $AC = 2LK$.

ومنه : $(IJ) \parallel (LK)$ و $IJ = LK$

بالتالي : المستقيمان (IJ) و (LK) يعينان مستوي وهو $(IJKL)$

والرباعي $IJKL$ هو متوازي الأضلاع .

2. من السؤال السابق نستنتج أن القطرين $[IK]$ و $[JL]$ متناصفان .

لنبرهن أن $[IK]$ و $[MN]$ متناصفان . (أو $[JL]$ و $[MN]$ متناصفان)

بتطبيق نتيجة مبرهنة طاليس في كل من المثلثين ABC و BCD نجد : $(IM) \parallel (BC)$ ، $IM = \frac{1}{2}BC$ و $(NK) \parallel (BC)$

، $NK = \frac{1}{2}BC$ ، ومنه : $(IM) \parallel (NK)$ إذن هذين المستقيمين يعينان مستوي $(IMKN)$ ولدينا $IM = NK$ وبالتالي

الرباعي $IMKN$ متوازي أضلاع ومنه قطريه $[IK]$ و $[MN]$ متناصفان .

خلاصة القطع $[IK]$ ، $[JL]$ و $[MN]$ لها نفس المنتصف ومنه للمستقيمات (IK) ، (JL) و (MN) نقطة مشتركة وحيدة .

تمرين 6

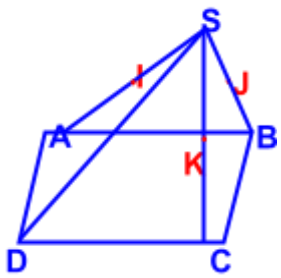
$ABCD$ متوازي أضلاع في مستوي (P) و S نقطة خارج المستوي (P) .

نعين النقط I, J, K ، منتصفات $[SA]$ ، $[SB]$ و $[SC]$ على الترتيب .

1. ما هو تقاطع المستوي (CIJ) مع المستويين (P) و (SDA) ؟

2. برهن أن المستوي (IJK) يقطع القطعة $[SD]$ في منتصفها .

الحل :



1. المستويان (CIJ) و (P) متمايزان ولهما نقطة مشتركة C إذن تقاطعهما هو مستقيم يشمل النقطة C .

في المثلث SAB لدينا I و J منتصفتي القطعتين $[SA]$ و $[SB]$ على الترتيب إذن حسب نتيجة طاليس (IJ) يوازي (AB) .

في المستوي (P) لدينا $ABCD$ متوازي أضلاع إذن (AB) يوازي (DC) ومنه : (IJ) يوازي (DC) .

إذن المستقيمين (IJ) و (DC) يعينان مستوي الذي هو (CIJ) .

خلاصة : تقاطع المستويين (CIJ) و (P) هو المستقيم (DC) .

نستنتج أن المستوي (CIJ) يشمل النقطتين I و D

بما أن النقطة I تنتمي إلى المستقيم (SA) فإن I تنتمي إلى المستوي (SDA)

وبالتالي المستويين (CIJ) و (SDA) متمايزان ويشتركان في نقطتين متميزتين I و D إذن تقاطعهما هو المستقيم (ID) .

2. في ما سبق لدينا (IJ) يوازي (DC) ؛ وفي المثلث SDC نعين L منتصف (SD) وبما أن K منتصف (SC) فإن

المستقيم (KL) يوازي (DC) ومنه : (IJ) يوازي (KL) إذن النقطة L تنتمي إلى المستوي (IJK) .

بما أن المستقيم (SD) لا يوازي المستوي (IJK) فإنهما يتقاطعان في نقطة وحيدة وهي L منتصف القطعة $[SD]$.

تمرين 7