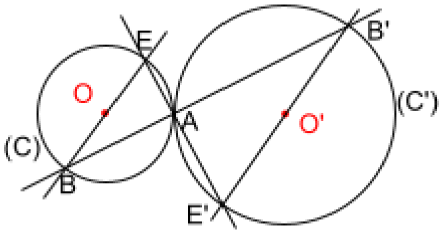
93 صفحة 246

(C) و *(C')* دائرتان مركزاهما *O* و *O'* ونصف قطريهما *r* و *r'* على الترتيب ، ومتماستان خارجيا في النقطة *A*.
(BB') مستقيم يشمل النقطة *A* ويقطع *(C)* و *(C')* في النقطتين *B* و *B'* على الترتيب.
المستقيم *(OB)* يقطع *(C)* في النقطة *E* و المستقيم *(O'B')* يقطع *(C')* في النقطة *E'*.

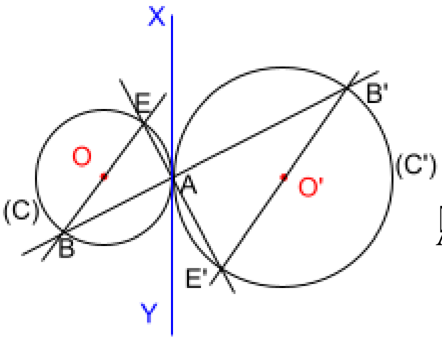


1) بين أن المستقيمين *(BB')* و *(EE')* متعامدان في النقطة *A*.
2) بين أن المثلثين *ABE* و *AB'E'* متشابهان.
3) استنتج التناسب $\frac{AB}{A'B'}=\frac{r}{r'}$

الحل :

1) تبيان أن المستقيمين *(BB')* و *(EE')* متعامدان في النقطة *A*.

لدينا : $\widehat{BAE}=90°$ تحصر نصف دائرة *(C)* و $\widehat{B'AE'}=90°$ تحصر نصف دائرة *(C')*
وبما أن النقط *B* ، *A* ، *B'* في استقامية فإن : كذلك النقط *E* ، *A* ، *E'* في استقامية
ومنه : المستقيمين *(BB')* و *(EE')* متعامدان في النقطة *A*.



2) تبيان أن المثلثين *ABE* و *AB'E'* متشابهان.
(XY) مماس للدائرتين في النقطة *A*.
في الدائرة *(C)* لدينا : $\widehat{BEA}=\widehat{BAY}$ تحصران نفس القوس $\widehat{AB}$
في الدائرة *(C')* لدينا : $\widehat{B'E'A}=\widehat{B'AX}$ تحصران نفس القوس $\widehat{AB'}$
$\widehat{B'AX}=\widehat{BAY}$ متقابلتان بالرأس
إذن : $\widehat{BEA}=\widehat{B'E'A}$ و لدينا : $\widehat{BAE}=\widehat{B'AE'}=90°$ ومنه : المثلثان *ABE* و *AB'E'* متشابهان.

3) استنتاج التناسب $\frac{AB}{A'B'}=\frac{r}{r'}$

لدينا النقط المتماثلة : *E* ، *B* ، *A*
E ، *B'* ، *A'*

إذن : $\frac{r}{r'}=\frac{2r}{2r'}=\frac{BE}{B'E'}=\frac{AE}{AE'}=\frac{AB}{A'B'}$ ومنه : $\frac{r}{r'}=\frac{AB}{A'B'}$.