

المجموع	التنقيط	التصحيح النموذجي لاختبار الفصل الأول مادة الرياضيات الثالثة تسيير و اقتصاد
07 نقاط	0,5×3	التمرين الأول : 1. حساب u_1, u_2, u_3 : $u_1 = \frac{9}{2}, u_2 = \frac{33}{8}, u_3 = \frac{129}{32}$
	0,5	2. أ) أثبات بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : u_n \geq 4$:
	0,5	من أجل $n=0$ لدينا $u_0 = 6 > 4$ محققة نفرض أن العلاقة محققة من أجل $n > 0$ و نبرهن أن العلاقة محققة من أجل $n+1$:
	0,5	لدينا $u_n \geq 4$ ومنه $\frac{1}{4}u_n \geq 1$ ومنه $\frac{1}{4}u_n + 3 \geq 4$ أي $u_{n+1} \geq 4$ 2) تبين أن المتتالية (u_n) متناقصة :
	0,5×2	$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{4}u_n + 3 - u_n = u_n\left(\frac{1}{4} - 1\right) + 3 = u_n\left(\frac{-3}{4}\right) + 3 = \left(\frac{-3}{4}\right)(u_n - 4)$
	0,5	بمأن $u_n \geq 4$ فإن $u_n - 4 \geq 0$ و منه المتتالية (u_n) متناقصة بمأن المتتالية (u_n) متناقصة و محدودة من الأسفل بـ 4 فهي متقاربة ونهايتها هي 4
		3. (v_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي :
	01	1. تبين أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية
	0,5	ومن المتتالية (v_n) $v_{n+1} = u_{n+1} - 4 = \frac{1}{4}u_n - 1 = \frac{1}{4}(u_n - 4) = \frac{1}{4}v_n$ متتالية هندسية

2. تبين أنه من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $u_n = 2\left(\frac{1}{4}\right)^n + 4$. ثم
أحسب $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$:

من أجل $n=0$ لدينا $u_0 = 2\frac{1}{4} + 4 = 6$ محققة

نفرض أن العلاقة محققة من أجل $n > 0$ و نبرهن أن العلاقة
محققة من أجل $n+1$:

لدينا $u_n = 2\left(\frac{1}{4}\right)^n + 4$ ومنه $\frac{1}{4}u_n = \frac{1}{4}\left(2\left(\frac{1}{4}\right)^n + 4\right) = 2\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1} + 1$ ومنه

أي $u_{n+1} = 2\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1} + 4$ أي $\frac{1}{4}u_n + 3 = 2\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1} + 4$ أنه من أجل كل

عدد طبيعي n لدينا : $u_n = 2\left(\frac{1}{4}\right)^n + 4$.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \lim_{n \rightarrow \infty} 2\left(\frac{1}{4}\right)^n + 4 = 4$$

حساب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$

$$S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n - 4n - 4 = \left(2 \frac{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{4}} \right) - 4n - 4$$

06 نقاط		التمرين الثاني : 1) تمثيل سحابة النقط 2) أ- احداثيات النقطة المتوسطة G : $G(70; 48,63)$ تعليم النقطة في نفس المعلم ب- بين معامل توجيه مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هو $a = 1,11$ $a = \frac{COV(x,y)}{v(x)} = \frac{\sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})^2} = \frac{3106}{2800} = 1,11$ $a = 1,11$ و منه انشاء المستقيم: $b = \bar{y} - 1,11\bar{x}$ و منه $b = -29,07$ و منه $y = 1,11x - 29,07$ 3) أ) مسافة التوقف عند استعمال السرعة 160 km/h : $y = 1,11(160) - 29,07 = 148,53$ ب- حساب السرعة : $230 = 1,11x - 29,07$ و منه $x = 233,4$ و منه السرعة هي $233,4 \text{ km/h}$
	01	
	$0,5 \times 2$	
	0,5	
	01	
	01	
	01	
	0,5	

التمرين الثالث :

01

$$f'(x) = \frac{x^2 - 8x + 15}{(x-4)^2}$$

(1) حساب المشتقة f' : بعد الحساب نجد

(2) دراسة إشارة f' :

0,5

x	$-\infty$	3	5	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	0	+

0,5×2

(3) القيم الحدية للدالة f : بمأن المشتقة تنعدم عند قيمتين

0,25×4

$x=5$, $x=3$ فإن الدالة f تقبل قيمتين حديتين هما

$$\boxed{f(5)=8}, \boxed{f(3)=-4}$$

0,5

(4) حساب النهايات :

$\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = -\infty$	$\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
---	---	---	---

07 نقاط

المستقيم المقارب : بمأن $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = +\infty$ فإن المنحنى (C_f)

01

يقبل مستقيم مقارب موازي لمحور الفواصل معادلته $x=4$

(5) جدول التغيرات :

0,5×3

0,5

x	$-\infty$	3	4	5	$+\infty$
$f'(x)$	0	-	+	0	+
$f(x)$	$-\infty$	-4	$+\infty$	8	$+\infty$

(6) تعيين الأعداد الحقيقية a , b , c : $\boxed{a=1}$, $\boxed{b=2}$, $\boxed{c=1}$

(7) تبين أن المستقيم الذي معادلته $y = x + 2$ مقارب للمنحني (C_f)

.

لدينا $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - y] = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[x + 2 + \frac{1}{x-4} - x - 2 \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x-4} = 0$ ومنه y مقارب

للمنحني (C_f) .