

4. مبرهنة طاليس:

الكفاءات المستهدفة

مبرهنة طاليس وعكسها ، و توظيفها في حل مسائل هندسية .

مبرهنة 1 : مبرهنة طاليس

إذا كان لدينا مستقيمان متقاطعان في نقطة A

يقطعهما مستقيمان متوازيان (Δ) و (Δ')

في النقط E, C, D, B حسب أحد الشكلين
فإن أطوال أضلاع المثلث ABC تكون متناسبة
مع أطوال أضلاع المثلث ADE .

$$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE} \quad \text{أي :}$$

مبرهنة 2 : عكس مبرهنة طاليس

إذا كانت كل من النقط A, B, D ، والنقط A, C, E ،
على استقامة واحدة وبفس الترتيب حسب أحد الشكلين ،

$$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$$

وإذا كان $AD \parallel AE$ فإن المستقيمين (BC) و (DE)
يكونا متوازيين

حالة خاصة : مستقيم المنتصفين في مثلث

ABC مثلث كيفي.

□ إذا كانت النقطتان M و N منتصفا القطعتين $[AB]$ و $[AC]$

على الترتيب فإن $(MN) \parallel (BC)$ و $BC = 2MN$

□ إذا كانت النقطة M منتصف القطعة $[AB]$ وكان $(MN) \parallel (BC)$

حيث N نقطة من $[AC]$ فإن N هي منتصف القطعة $[AC]$

تطبيق 1 : 69 صفحة 243

ABC مثلث كيفي ، (D) مستقيم يقطع (BC) ، (AC) ، (AB) في النقط L, M, N على الترتيب.

$$\frac{LA}{LB} \times \frac{NB}{NC} \times \frac{MC}{MA} = 1$$

نريد البرهان أن :

(1) أرسم الموازي للمستقيم (D) الذي يشمل النقطة C ، وسم E تقاطعه مع (AB) .

$$\frac{MC}{MA} = \frac{LE}{LA} \quad \text{و} \quad \frac{NB}{NC} = \frac{LB}{LE}$$

$$\frac{LA}{LB} \times \frac{NB}{NC} \times \frac{MC}{MA} = 1$$

(3) استنتج العلاقة

حل التطبيق 1 :

(1) رسم الموازي للمستقيم (D) الذي يشمل النقطة C ، يقطع (AB) في E .

$$\frac{NB}{NC} = \frac{LB}{LE}$$

(2) تبين أن

في المثلث BLN لدينا : $(NL) \parallel (CE)$ إذن حسب مبرهنة طاليس

$$\frac{NB}{LB} = \frac{BC}{BE} = \frac{NB - BC}{LB - BE} = \frac{NC}{LE} \quad \text{ومنه :} \quad \frac{BN}{BL} = \frac{BC}{BE} \quad \text{معناه} \quad \frac{BL}{BN} = \frac{BE}{BC}$$

$$\frac{NB}{NC} = \frac{LB}{LE} \quad \text{معناه} \quad \frac{NB}{LB} = \frac{NC}{LE}$$

$$\frac{MC}{MA} = \frac{LE}{LA}$$

تبيان أن المثلث ACE لدينا : $(CE) \parallel (ML)$ إذن حسب مبرهنة طاليس

$$\frac{AM}{AL} = \frac{AC}{AE} = \frac{AC - AM}{AE - AL} = \frac{MC}{LE} \quad \text{ومنه} \quad \frac{AM}{AL} = \frac{AC}{AE} \quad \text{معناه} \quad \frac{AM}{AC} = \frac{AL}{AE}$$

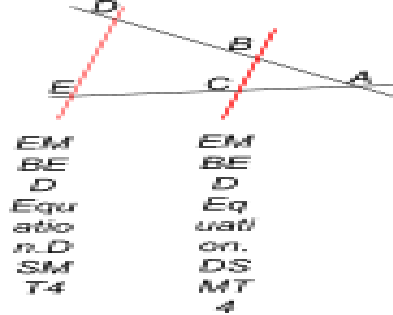
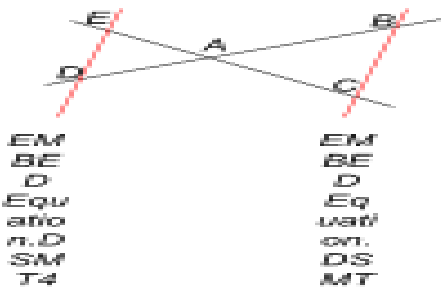
$$\frac{LE}{LA} = \frac{MC}{MA} \quad \text{معناه} \quad \frac{MA}{LA} = \frac{MC}{LE}$$

$$\frac{LA}{LB} \times \frac{NB}{NC} \times \frac{MC}{MA} = 1 \quad (3) \quad \text{استنتاج العلاقة}$$

$$LE = \frac{MC \times LA}{MA} \quad \text{معناه} \quad \frac{LE}{LA} = \frac{MC}{MA} \quad \text{و} \quad LE = \frac{LB \times NC}{NB} \quad \text{معناه} \quad \frac{NB}{NC} = \frac{LB}{LE}$$

$$\frac{LA}{LB} \times \frac{NB}{NC} \times \frac{MC}{MA} = 1$$

$$\frac{LB \times NC}{NB} = \frac{MC \times LA}{MA} \quad \text{ومنه} \quad \text{معناه} \quad LB \times NC \times MA = MC \times LA \times NB \quad \text{نتائج} :$$



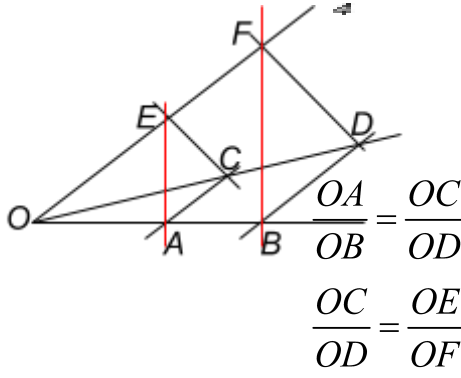
$$\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CE} \quad \text{إذا كان } (\Delta) \parallel (\Delta') \quad \text{فإن}$$

$$\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CE} \quad \text{إذا كان } (\Delta) \parallel (\Delta') \quad \text{فإن}$$

تطبيق 2 : 63 صفحة 63

إذا علمت أن في الشكل المرفق $(AC) \parallel (BD)$ و $(CE) \parallel (DF)$ فبين أن $(AE) \parallel (BF)$.

حل التطبيق 2 :



في المثلث ODB لدينا : $(AC) \parallel (BD)$ ومنه حسب مبرهنة طاليس لدينا :

$$\frac{OA}{OB} = \frac{OC}{OD} \quad \frac{OC}{OD} = \frac{OE}{OF}$$

في المثلث ODF لدينا : $(CE) \parallel (DF)$ ومنه حسب مبرهنة طاليس لدينا :

$$\frac{OA}{OB} = \frac{OE}{OF}$$

إذن : وحسب عكس مبرهنة طاليس المطبقة في المثلث OBF لدينا : $(AE) \parallel (BF)$.

تطبيق 3 : 71 صفحة 243

أنشئ العدد $\frac{6}{7}$

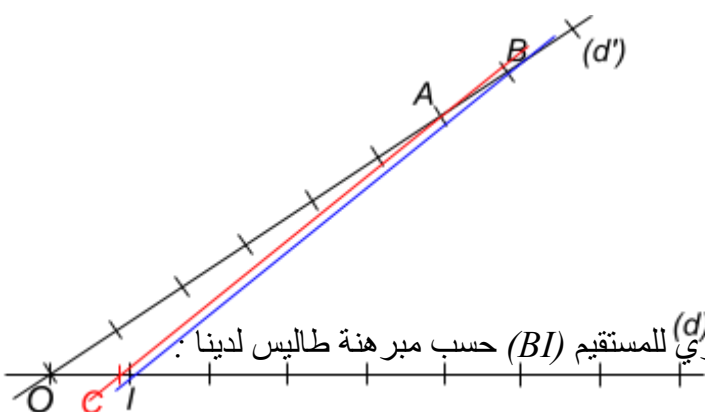
حل التطبيق 3 :

ليكن (O, I) معلما للمستقيم (d) ،

المستقيم (d') يقطع (d) في النقطة O .

نعين النقطتين A و B على المستقيم (d') حيث

$OA = 6$ و $OB = 7$ ، نرسم من A المستقيم الموازي للمستقيم (BI) حسب مبرهنة طاليس لدينا :



$$OC = \frac{6}{7} \quad \frac{OA}{OB} = \frac{OC}{OI} = \frac{6}{7} \quad \text{إذن :}$$

تطبيق 4 : 66 صفحة 243 :

$$AF = \frac{1}{3} AC$$

ABC مثلث ، النقطة D منتصف $[BC]$ والنقطة E منتصف $[AD]$ ونقطة F من $[AC]$ حيث

(1) بين أن النقط B ، E ، F في استقامة.

(2) بين أن $BF = 4 EF$.

حل التطبيق 4 :

(1) تبيان أن النقط B ، E ، F في استقامة.

نرسم من D الموازي للمستقيم (EF) يقطع (AC) في G

في المثلث ADG لدينا $(DG) \parallel (EF)$ و E منتصف $[AD]$

إذن F هي منتصف $[AG]$ و $DG = 2EF$ ومنه : $AF = FG = GC$

وبالتالي G منتصف $[FC]$ ، وفي المثلث BCF لدينا كذلك D منتصف $[BC]$

إذن : $(DG) \parallel (BF)$ و $BF = 2DG$

ومنه : $(EF) \parallel (BF)$ بما أن للمستقيمين نقطة مشتركة فإن النقط B ، E ، F في استقامة.

(2) تبيان أن $BF = 4 EF$.

لدينا : $BF = 2DG$ و $DG = 2EF$ إذن : $BF = 4 EF$.

