



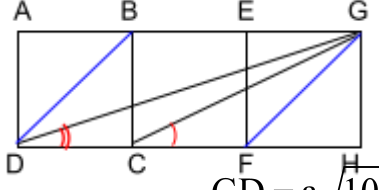
في الشكل المرفق $ABCD$ ، $BEFC$ ، $EGHF$ ثلاثة مربعات متماثلة طول ضلع كل منها a .

نريد إثبات أن $\angle GCF + \angle GDC = 45^\circ$.

- (1) أحسب أطوال أضلاع كل من المثلثين GFC و GBD ، ثم بين أنهما متشابهان.
 (2) عين الزوايا المتقايصة في المثلثين GFC و GBD ، واستنتج أن $\angle GCF + \angle GDC = 45^\circ$

الحل :

- (1) حساب أطوال أضلاع كل من المثلثين GFC و GBD :
 لدينا : $GB = 2a$



و $BD = a\sqrt{2}$ لأنه وتر المثلث القائم والمتساوي الساقين ABD .

$$GD^2 = AG^2 + AD^2 \text{ ومنه : } GD^2 = 10a^2 \text{ إذن } GD = a\sqrt{10}$$

إذن أطوال أضلاع المثلث GBD هي : $GB = 2a$ ، $BD = a\sqrt{2}$ ، $GD = a\sqrt{10}$

لدينا : $CF = a$ و $GF = BD = a\sqrt{2}$ و $GC^2 = CH^2 + GH^2$ أي $GC^2 = 5a^2$ ومنه : $GC = a\sqrt{5}$

إذن أطوال أضلاع المثلث GFC هي : $CF = a$ ، $GF = a\sqrt{2}$ ، $GC = a\sqrt{5}$

• تبيان GFC و GBD متشابهان :

$$\frac{GD}{GC} = \frac{a\sqrt{10}}{a\sqrt{5}} = \sqrt{2} \quad \frac{BD}{CF} = \frac{a\sqrt{2}}{a} = \sqrt{2} \quad \frac{GB}{GF} = \frac{2a}{a\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$\frac{GB}{GF} = \frac{BD}{CF} = \frac{GD}{GC} = \sqrt{2}$$

ومنه : وبالتالي : المثلثان GFC و GBD متشابهان :

(2) تعيين الزوايا المتقايصة في المثلثين GFC و GBD :

لدينا : $\angle DBG = \angle GFC$ و $\angle BGD = \angle GGF$ و $\angle BDG = \angle GCF$

• استنتاج أن $\angle GCF + \angle GDC = 45^\circ$

لدينا : $\angle GCF + \angle GDC = \angle BDG + \angle GDC = \angle BDC$

وبما أن $ABCD$ مربع فإن القطر $[BD]$ هو منصف كل من الزاويتين $\angle ABC$ و $\angle ADC$

$$\angle BDC = \frac{1}{2} \angle ADC = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$$

وبالتالي : إذن : $\angle GCF + \angle GDC = 45^\circ$