عين اتجاه تغير كل دالة من الدوال الآتية :

1) الدالة f المعرفة على $[2\ ;\ 3]$ بالعبارة : $f(x) = 4(x - 3)^2 + 1$

2) الدالة g المعرفة على $]-\infty\ ;\ -1]$ بالعبارة : $g(x) = -2(x + 1)^2 + 7$

3) الدالة h المعرفة على $]-\infty\ ;\ -1]$ بالعبارة : $h(x) = 3(x + 1)^2 - 7$

الحل :

1) الدالة f المعرفة على $[2\ ;\ 3]$ بالعبارة : $f(x) = 4(x - 3)^2 + 1$

الدالة التآلفية $x \mapsto x - 3$ متزايدة تماما وسالبة على المجال $[2\ ;\ 3]$

إذن من أجل كل x_1 و x_2 من المجال $[2\ ;\ 3]$: إذا كان $x_1 > x_2$ فإن $0 > x_1 - 3 > x_2 - 3$

ومنه : $(x_1 - 3)^2 < (x_2 - 3)^2$ ومنه : $4(x_1 - 3)^2 < 4(x_2 - 3)^2$

إذن : $4(x_1 - 3)^2 + 1 < 4(x_2 - 3)^2 + 1$ وبالتالي : $f(x_1) < f(x_2)$ أي f متناقصة تماما على $[2\ ;\ 3]$

جدول تغيرات الدالة f :

x	2	3
$f(x)$	5 ↘	1

2) الدالة g المعرفة على $]-\infty\ ;\ -1]$ بالعبارة : $g(x) = -2(x + 1)^2 + 7$

الدالة التآلفية $x \mapsto x + 1$ متزايدة تماما وسالبة على المجال $]-\infty\ ;\ -1]$

إذن من أجل كل x_1 و x_2 من المجال $]-\infty\ ;\ -1]$: $x_1 < x_2$ فإن $x_1 + 1 < x_2 + 1 < 0$

ومنه : $(x_1 + 1)^2 > (x_2 + 1)^2$ ومنه: $-2(x_1 + 1)^2 < -2(x_2 + 1)^2$ إذن :

$-2(x_1 + 1)^2 + 7 < -2(x_2 + 1)^2 + 7$ أي : $g(x_1) < g(x_2)$ ومنه g متزايدة تماما على $]-\infty\ ;\ -1]$

جدول تغيرات الدالة g :

x	$-\infty$	-1
$g(x)$	$-\infty$ ↗	7

3) الدالة h المعرفة على $]-\infty\ ;\ -1]$ بالعبارة : $h(x) = 3(x + 1)^2 - 7$

الدالة التآلفية $x \mapsto x + 1$ متزايدة تماما وسالبة على المجال $]-\infty\ ;\ -1]$

إذن من أجل كل x_1 و x_2 من المجال $]-\infty\ ;\ -1]$: $x_1 < x_2$ فإن $x_1 + 1 < x_2 + 1 < 0$

ومنه : $(x_1 + 1)^2 > (x_2 + 1)^2$ ومنه: $3(x_1 + 1)^2 > 3(x_2 + 1)^2$ إذن :

$3(x_1 + 1)^2 - 7 > 3(x_2 + 1)^2 - 7$ أي : $h(x_1) > h(x_2)$ ومنه h متناقصة تماما على $]-\infty\ ;\ -1]$

جدول تغيرات الدالة h :

x	$-\infty$	-1
$g(x)$	$+\infty$ ↘	-7