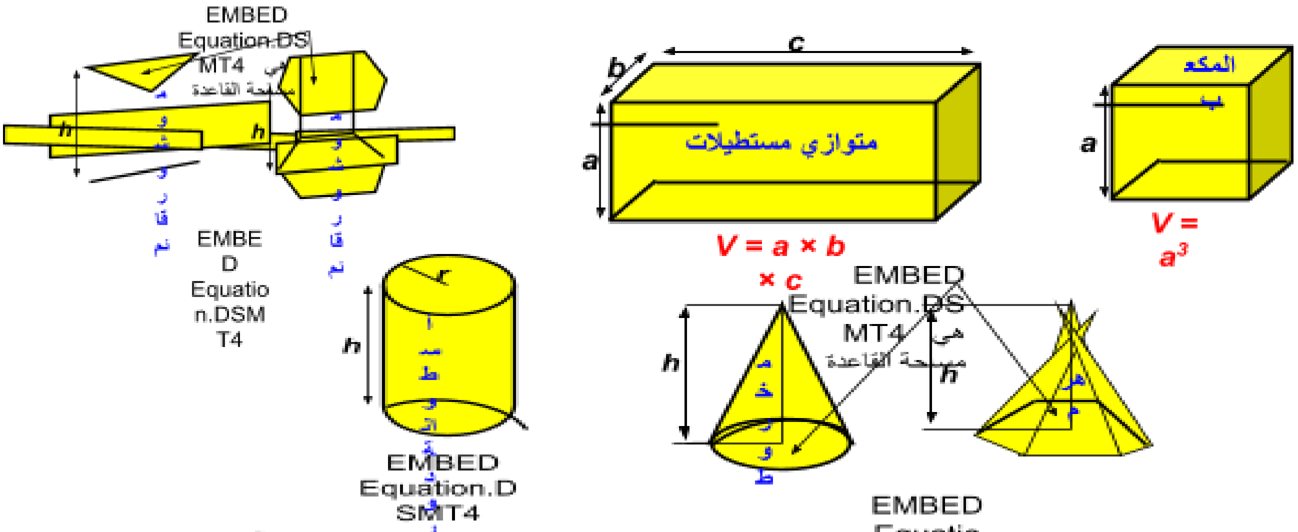
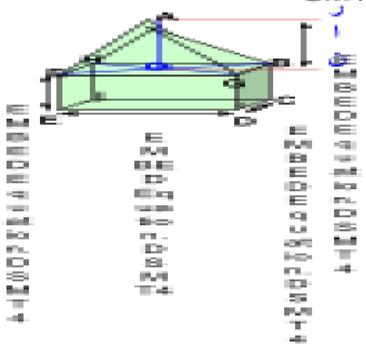
I) الهندسة في الفضاء :

1) الحجوم لمجسمات مألوفة :



نشاط 1 :



الشكل المقابل يمثل مخططا مكون من متوازي مستطيلات أبعاده $5\,cm$ ، $12\,cm$ و $x\,cm$ ؛ وهرم ارتفاعه $AO = 6\,cm$ حيث O تقاطع $[FB]$ و $[HG]$.

من أجل أي قيمة للمجهول x يكون حجم هذا المجسم يساوي $660\,cm^3$ ؟

بين أن أحرف الهرم AF ، AG ، AB ، AH متساوية واحسب قياسها بتقريب $0,1$.

حل النشاط :

نضع v_1 حجم متوازي المستطيلات $BHFGCIED$ و v_2 حجم الهرم $ABGFH$.

$v_1 = 12 \times 5 \times x\,cm^3$ أي : $v_1 = 60x\,cm^3$ و $v_2 = \frac{1}{3} 12 \times 5 \times 6\,cm^3$ أي : $v_2 = 120\,cm^3$

حجم المجسم هو $v = v_1 + v_2$ أي : $v = (60x + 120)\,cm^3$ هذا من جهة .

ومن جهة أخرى لدينا : $v = 660\,cm^3$ إذن : $60x + 120 = 660$ معناه : $60x = 540$ ومعناه أن $x = 9$.

لدينا O منتصف $[HG]$ و $(AO) \perp (HG)$ إذن (AO) هو محور القطعة $[HG]$ وبالتالي : $AG = AH$

بنفس الطريقة لدينا O منتصف $[FB]$ و $(AO) \perp (FB)$ إذن (AO) هو محور القطعة $[FB]$ وبالتالي : $AB = AF$

وبتطبيق مبرهنة فيثاغورس في كل من المثلثين القائمين AOB و AOG نجد : $AB = \sqrt{AO^2 + OB^2}$ و $AG = \sqrt{AO^2 + OG^2}$

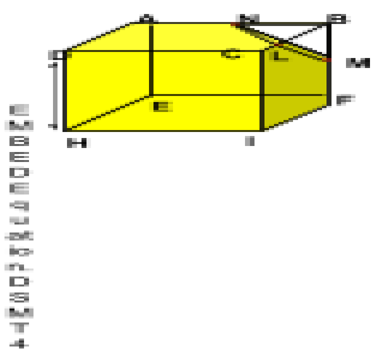
لدينا $BGFH$ مستطيل وبالتالي قطريه متقايسين ومتناصفين إذن $OB = OG$ ، وبالتالي : $AG = AB = \sqrt{AO^2 + OB^2}$.

خلاصة : $AG = AH = AB = AF$.

وبتطبيق مبرهنة فيثاغورس في المثلث القائم FBG نجد $FB = \sqrt{FG^2 + GB^2}$ أي : $2 \times OB = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13$

وبالتالي : $OB = 6,5\,cm$ ، ومنه : $AB = \sqrt{36 + 42.25} = \sqrt{78.25}$ إذن $AB \simeq 8,8\,cm$.

نشاط 2 :

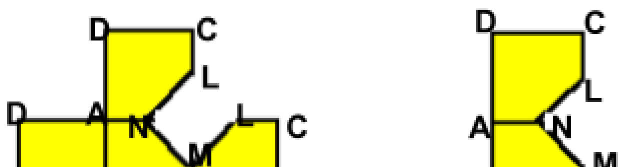


مجسم على شكل مكعب طول حرفه $5\,cm$ ينقصه هرم $BMLN$

حيث L ، M و N منتصفات $[BC]$ ، $[BF]$ و $[AB]$ على الترتيب كما هو في الشكل .

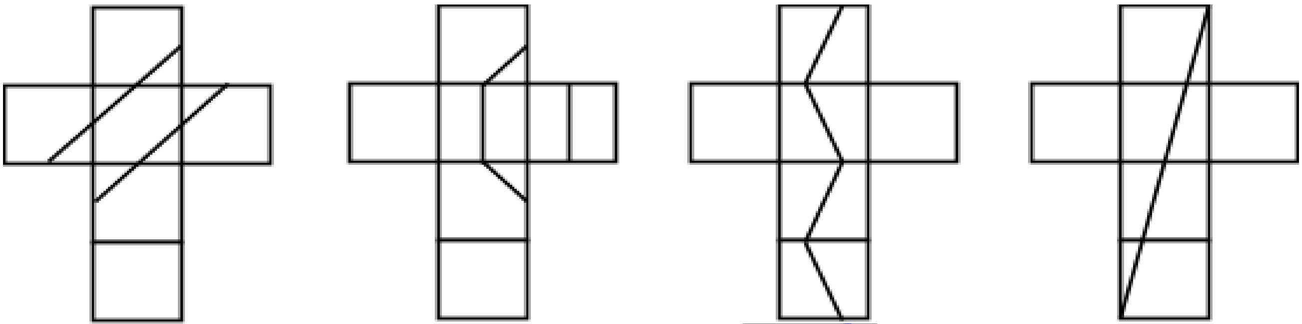
أنجز تصميما لهذا المجسم .

حل النشاط :

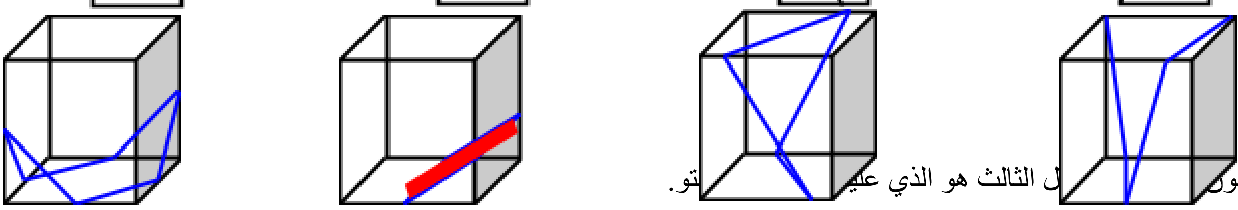


نشاط 3 :

أي التصاميم الآتية هو تصميم لمكعب مرسوم عليه أثر تقاطع مستو مع هذا المكعب .



الحل :



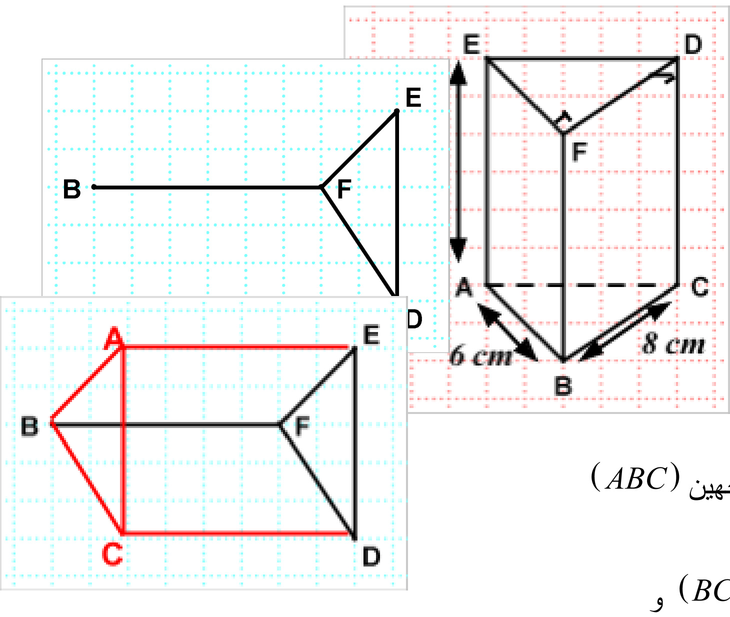
الأثرات مرسومة باللون ... الثالث هو الذي عليه ... تو.

نشاط 4 :

الشكل الثاني هو بداية لتمثيل بالمنظور متساوي القياس للموشور القائم الممثل بالشكل الأول .

1) أكمل الشكل الثاني للحصول على تمثيل بالمنظور متساوي القياس لنفس الموشور .

2) أحسب مساحته الكلية وحجمه .



الحل :

نسمي S_1 مساحة الوجه (ABC) لدينا : $S_1 = \frac{1}{2} AB \times AC$

ومنه : $S_1 = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24\,cm^2$. مع الملاحظة أن الوجهين (ABC) و (DEF) لهما نفس المساحة .

نسمي S_2 ، S_3 و S_4 مساحات الأوجه $(ABFE)$ ، $(BCDF)$ و $(ACDE)$ على الترتيب مع الملاحظة أن الأوجه الثلاث هي على شكل مستطيلات .

$S_2 = 6 \times 12 = 72\,cm^2$ $\qquad$ $S_3 = 8 \times 12 = 96\,cm^2$

لحساب S_4 نحسب أولا AC و هذا باستعمال مبرهنة فيثاغورس في المثلث القائم ABC ، $AC = \sqrt{36+64} = 10\,cm$.

إذن : $S_4 = 10 \times 12 = 120\,cm^2$.

وبالتالي : المساحة الكلية للمجسم هي S حيث : $S = 2S_1 + S_2 + S_3 + S_4$ أي : $S = 336\,cm^2$

حجم المجسم هو V حيث $V = AE \times S_1$ أي : $V = 12 \times 24 = 288\,cm^3$

2) التمثيل بالمنظور متساوي القياس :

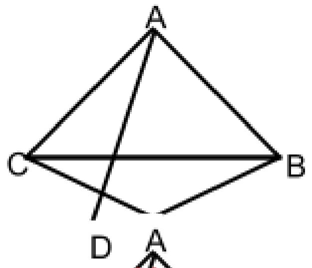
لتمثيل الأشكال في الفضاء يمكن استعمال عدة تقنيات من بينها التمثيل بالمنظور متساوي القياس والقواعد الخاص بهذه التقنية تتضمن ما يلي :

- المحافظة على توازي المستقيمات ، على استقامية النقط ، وعلى منتصفات القطع .
- تمثل الخطوط المرئية (التي نرها في الحقيقة) بخطوط مستمرة ؛ والخطوط المخفية (التي لا نراها عند تصور رؤية المجسم) بخطوط متقطعة .
- على مستوي الواجهة عناصر الرسم تمثل بمقادير حقيقية (مقادير الزوايا والمسافات) .

ملاحظات :

- المستوي يمثل بمتوازي أضلاع .
- نمثل مستقيمين متقاطعين كما هما وفي بعض الأحيان بمستقيمين متطابقين .
- نمثل النقط في استقامية كما هي وفي بعض الأحيان بنقطة واحة .

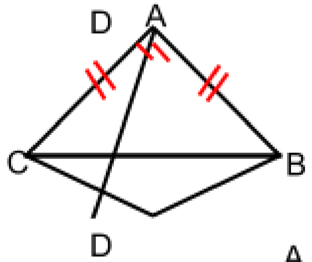
تمرين 1 : (18 صفحة 205)



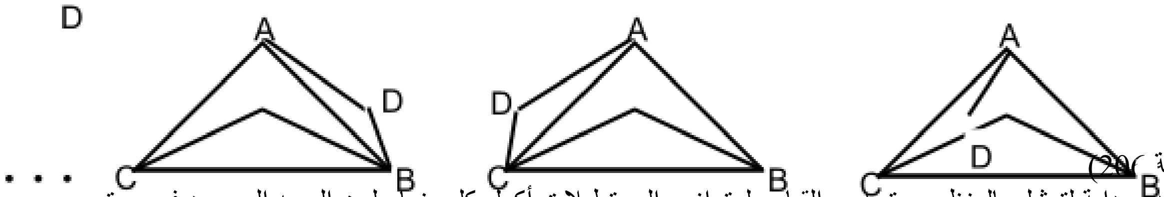
$ABCD$ رباعي وجوه حيث الوجه (ABC) يقع في مستوي الواجهة (أنظر الشكل)

1. بين أن الناظر يقع تحت $[BC]$ والنقطة A تقع فوق $[BC]$.
2. باستعمال أدوات هندسية تحقق في الشكل أن المثلث ABC هو في الحقيقة قائم ومتساوي الساقين .
3. أرسم تمثيلا لنفس المجسم باعتبار أن النقطة A والناظر يقعان فوق $[BC]$.

الحل :

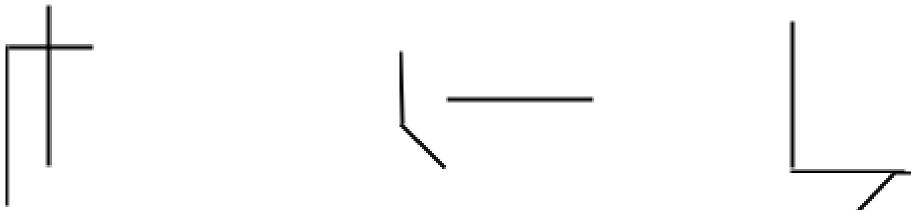


1. الحرف $[AD]$ مرسوم بنقط متقطعة إذن هو مخفي بالوجهين (ABC) و (BCD) ومنه الناظر يقع أسفل $[BC]$.
2. باستعمال كوسا ومدورا فعلا نجد أن المثلث ABC هو في الحقيقة قائم ومتساوي الساقين .
3. يمكن أخذ تمثيلا من التمثيلات التالية :



تمرين 2 : (20 صفحة 206)

الأشكال الثلاثة الآتية هي بداية لتمثيل بالمنظور متساوي القياس لمتوازي المستطيلات أكمل كل منها ولون الوجه الموجود في مستوي الواجهة .



الحل :