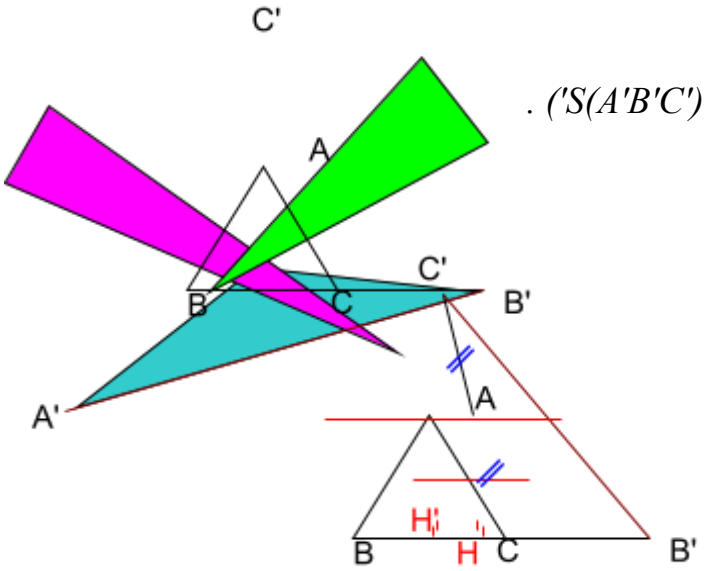


نرمز بـ : S للمساحة

لدينا : $S(A'B'C') = S(ABC) + S(C'CB') + S(B'BA') + S(A'AC')$.

▪ لنحسب $S(C'CB')$ بدلالة $S(ABC)$:

المستقيم $(C'H)$ العمود المتعلق بالقاعدة $[CB']$ للمثلث $C'CB'$

$$S(C'CB') = \frac{1}{2} C'H' \times CB'$$ إذن :

$$S(ABC) = \frac{1}{2} AH \times BC$$ ولدينا :

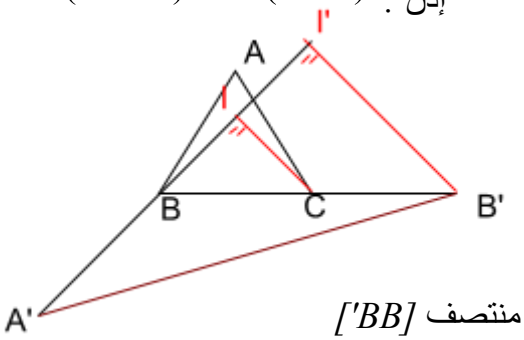
في المثلث $CC'H'$ لدينا : A منتصف $[CC']$

و $(AH') // (C'H)$ إذن حسب نتائج مبرهنة طاليس لدينا :

H منتصف $[H'C]$ و $C'H' = 2AH$

$$S(C'CB') = \frac{1}{2} 2AH \times CB$$ وبما أن : $CB' = BC$ فإن :

$$S(C'CB') = 2S(ABC)$$ إذن :



▪ لنحسب $S(BB'A')$ بدلالة $S(ABC)$:

المستقيم $(B'I)$ العمود المتعلق بالقاعدة $[A'B]$ للمثلث $BB'A'$

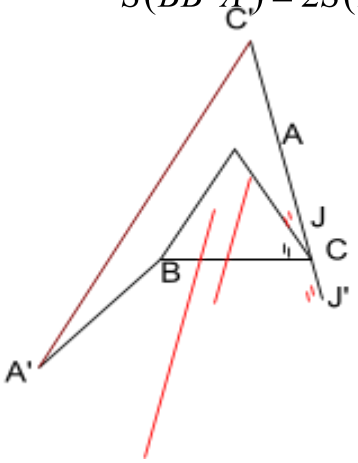
$$S(BB'A') = \frac{1}{2} B'I' \times A'B$$ إذن :

$$S(ABC) = \frac{1}{2} CI \times BA$$ ولدينا :

و $(CI) // (B'I')$ إذن حسب نتائج مبرهنة طاليس لدينا : I منتصف $[BI']$ و $B'I' = 2IC$ ؛ في المثلث $BB'I'$ لدينا : C منتصف $[BB']$

$$S(BB'A') = \frac{1}{2} 2IC \times BA$$ وبما أن : $BA' = BA$ فإن :

$$S(BB'A') = 2S(ABC)$$ إذن :



▪ لنحسب $S(A'AC')$ بدلالة $S(ABC)$:

المستقيم $(A'J)$ العمود المتعلق بالقاعدة $[C'A]$ للمثلث $A'AC'$

$$S(A'AC') = \frac{1}{2} A'J' \times C'A \qquad S(ABC) = \frac{1}{2} BJ \times AC$$ إذن : ولدينا :

في المثلث $AA'J'$ لدينا : B منتصف $[AA']$ و $(BJ) // (A'J)$

إذن حسب نتائج مبرهنة طاليس لدينا : J منتصف $[AJ']$ و $A'J' = 2BJ$

$$S(A'AC') = \frac{1}{2} 2BJ \times AC$$ وبما أن : $C'A = AC$ فإن :

$$S(A'AC') = 2S(ABC)$$ إذن :

خلاصة : $S(A'B'C') = S(ABC) + 2\ S(ABC) + 2\ S(ABC)$

أي : $S(A'B'C') = 7\ S(ABC)$