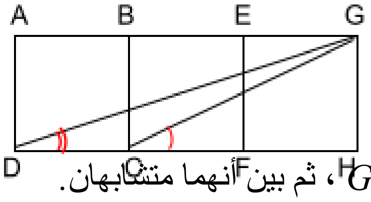


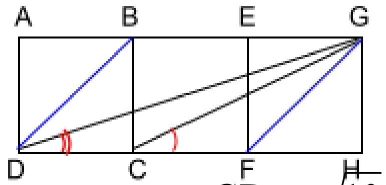

في الشكل المرفق *ABCD* ، *BEFC* ، *EGHF*
ثلاثة مربعات متماثلة طول ضلع كل منها *a*.
نريد إثبات أن $\widehat{GCF}+\widehat{GDC}=45°$ .

1) أحسب أطوال أضلاع كل من المثلثين *GBD* و *GFC*، ثم بين أنهما متشابهان.

2) عين الزوايا المتقايسة في المثلثين *GBD* و *GFC* ، واستنتج أن $\widehat{GCF}+\widehat{GDC}=45°$

**الحل :**

1) حساب أطوال أضلاع كل من المثلثين *GBD* و *GFC* :




لدينا : $GB = 2a$
و $BD=a\sqrt{2}$ لأنه وتر المثلث القائم والمتساوي الساقين *ABD*.
$GD^2 = AG^2 + AD^2$ ومنه : $GD^2 = 10a^2$ إذن $GD=a\sqrt{10}$
إذن أطوال أضلاع المثلث *GBD* هي : $GB = 2a$ ، $BD=a\sqrt{2}$ ، $GD=a\sqrt{10}$
لديـنا : $CF = a$ و $GF=BD=a\sqrt{2}$ و $GC^2 = CH^2 + GH^2$ أي $GC^2 = 5a^2$ ومنه : $GC=a\sqrt{5}$
إذن أطوال أضلاع المثلث *GFC* هي : $CF = a$ ، $GF=a\sqrt{2}$ ، $GC=a\sqrt{5}$

- تبيان *GBD* و *GFC* متشابهان:

$\frac{GB}{GF}=\frac{2a}{a\sqrt{2}}=\sqrt{2}$ و $\frac{BD}{CF}=\frac{a\sqrt{2}}{a}=\sqrt{2}$ و $\frac{GD}{GC}=\frac{a\sqrt{10}}{a\sqrt{5}}=\sqrt{2}$

ومنه : $\frac{GB}{GF}=\frac{BD}{CF}=\frac{GD}{GC}=\sqrt{2}$ وبالتالي : المثلثان *GBD* و *GFC* متشابهان:

2) تعيين الزوايا المتقايسة في المثلثين *GBD* و *GFC* :

لدينا : $\widehat{BDG}=\widehat{GCF}$ و $\widehat{BGD}=\widehat{CGF}$ و $\widehat{DBG}=\widehat{GFC}$

- استنتاج أن $\widehat{GCF}+\widehat{GDC}=45°$

لدينا : $\widehat{GCF}+\widehat{GDC}=\widehat{BDG}+\widehat{GDC}=\widehat{BDC}$

وبما أن *ABCD* مربع فإن القطر *[BD]* هو منصف كل من الزاويتين $\widehat{ADC}$ و $\widehat{ABC}$

وبالتالي : $\widehat{BDC}=\frac{1}{2}\widehat{ADC}=\frac{1}{2}\times 90°=45°$ إذن : $\widehat{GCF}+\widehat{GDC}=45°$ .