

نعتبر f الدالة المعرفة على المجموعة $[-1; +\infty[$; $-\infty$]- بالعبارة : $f(x) = \frac{2x+1}{x+1}$

(1) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x^2 - 1$ لدينا : $f(x) = 2 - \frac{1}{x+1}$

(2) أدرس تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

الحل :

(1) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x^2 - 1$ لدينا : $f(x) = 2 - \frac{1}{x+1}$

الطريقة 1 : ليكن $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$: $f(x) = \frac{2x+2-1}{x+1} = \frac{2(x+1)-1}{x+1} = 2 - \frac{1}{x+1}$

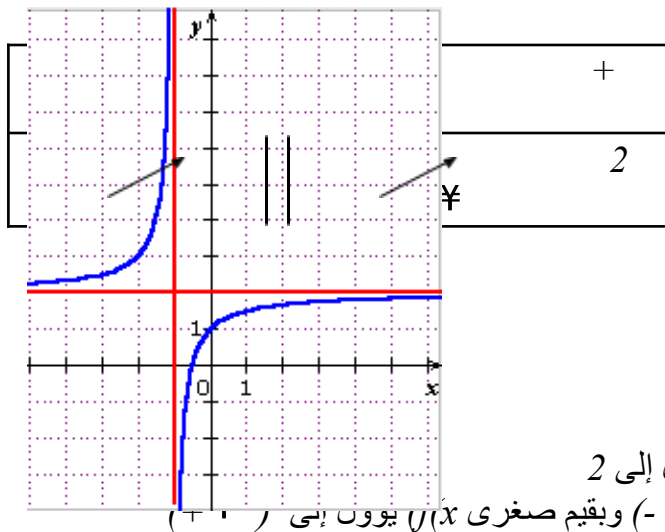
الطريقة 2 : ليكن $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$: $2 - \frac{1}{x+1} = \frac{2(x+1)-1}{x+1} = \frac{2x+1}{x+1} = f(x)$

(2) دراسة تغيرات الدالة f وتشكل جدول تغيراتها.

ليكن a و b عددين حقيقيين من المجموعة $[-1; +\infty[$; $-\infty$]- معناه $a > b$ معناه $a+1 > b+1$

معناه $\frac{1}{a+1} > \frac{1}{b+1}$ معناه $-\frac{1}{a+1} < -\frac{1}{b+1}$ معناه $2 - \frac{1}{a+1} < 2 - \frac{1}{b+1}$

معناه $f(b) < f(a)$ إذن الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $[-1; +\infty[$; $-\infty$]- و $]-\infty; -1[$:
 جدول تغيرات الدالة f :



دراسة $f(x)$ عندما يكون x كبير جدا أو صغير جدا :

لدينا $f(10^5) \gg 2$ و $f(-10^5) \ll 2$

دراسة $f(x)$ عندما يكون x قريب جدا من -1 :

$f(-0.9999) ; -9998$ و $f(-1.0001) ; 10002$

ومنه : عندما يؤول x إلى $(-\infty)$ أو $(+\infty)$ فإن $f(x)$ يؤول إلى 2

وعندما يؤول x إلى -1 بقيم كبرى فإن $f(x)$ يؤول إلى $(-\infty)$ وبقيم صغرى $f(x)$ يؤول إلى $(+\infty)$