نعتبر f الدالة المعرفة على المجموعة $]-\infty\ ;\ -1[\cup]-1\ ;\ +\infty[$ بالعبارة : $f(x)=\dfrac{2x+1}{x+1}$

1) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x\neq -1$ لدينا : $f(x)=2-\dfrac{1}{x+1}$

2) أدرس تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

الحل :

1) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x\neq -1$ لدينا : $f(x)=2-\dfrac{1}{x+1}$

الطريقة *1* : ليكن $x\in\mathbb{R}-\{-1\}$:
$$f(x)=\frac{2x+2-1}{x+1}=\frac{2(x+1)}{x+1}-\frac{1}{x+1}=2-\frac{1}{x+1}$$

الطريقة *2* : ليكن $x\in\mathbb{R}-\{-1\}$:
$$2-\frac{1}{x+1}=\frac{2(x+1)}{x+1}-\frac{1}{x+1}=\frac{2x+1}{x+1}=f(x)$$

2) دراسة تغيرات الدالة f وتشكل جدول تغيراتها.

ليكن a و b عددين حقيقيين من المجموعة $]-\infty\ ;\ -1[\cup]-1\ ;\ +\infty[$ $a>b$ معناه $a+1>b+1$ معناه $\dfrac{1}{b+1}>\dfrac{1}{a+1}$ معناه $-\dfrac{1}{b+1}<-\dfrac{1}{a+1}$ معناه $2-\dfrac{1}{b+1}<2-\dfrac{1}{a+1}$

معناه $f(b)<f(a)$ إذن الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $]-\infty\ ;\ -1[$ و $]-1\ ;\ +\infty[$

جدول تغيرات الدالة f :

	+	
	2	
¥		

دراسة $f(x)$ عندما يكون x كبير جدا أو صغير جدا :

لدينا $f(10^5)\approx 2$ و $f(-10^5)\approx 2$

دراسة $f(x)$ عندما يكون x قريب جدا من -1 :

$f(-0{,}9999)=-9998$; $f(-1{,}0001)=10002$ و

ومنه: عندما يؤول x إلى $(-\infty)$ أو $(+\infty)$ فإن $f(x)$ يؤول إلى 2

وعندما يؤول x إلى -1 بقيم كبرى فإن $f(x)$ يؤول إلى $(-\infty)$ وبقيم صغرى $f(x)$ يؤول إلى $(+\infty)$