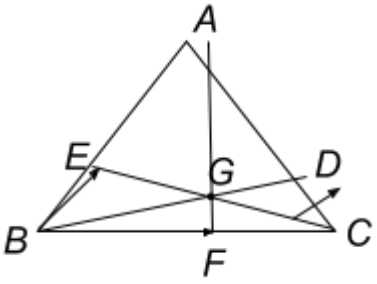
ABC مثلث كيفي . النقط F ، E ، D معرفة كما يأتي : $\overrightarrow{BA}=3\overrightarrow{BE}$ و $\overrightarrow{CA}=4\overrightarrow{CD}$ و $\overrightarrow{BF}=\frac{3}{5}\overrightarrow{BC}$
و G منتصف $[CE]$.

بين أن (DB) و (AF) يتقاطعان في النقطة G . (إرشاد : عبر عن الشعاعين $\overrightarrow{BG}$ ، $\overrightarrow{BD}$ بدلالة $\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{BA}$ وكذلك بالنسبة للشعاعين $\overrightarrow{AG}$ ، $\overrightarrow{AF}$)

الحل :



- $\overrightarrow{BG}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CG}=\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BE})$

ومنه : $\overrightarrow{BG}=\overrightarrow{BC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}+\frac{1}{6}\overrightarrow{BA}$

$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{BC}+\frac{1}{4}\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{BC}+\frac{1}{4}\overrightarrow{CB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{BA}$

ومنه : $\overrightarrow{BD}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}+\frac{1}{4}\overrightarrow{BA}$

وبالتالي : $\overrightarrow{BG}=\frac{1}{6}(3\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA})$ و $\overrightarrow{BD}=\frac{1}{4}(3\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA})$ إذن : $4\overrightarrow{BD}=6\overrightarrow{BG}$ أي : $\overrightarrow{BD}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BG}$

ومنه : الشعاعان $\overrightarrow{BG}$ و $\overrightarrow{BD}$ لهما نفس المنحى وبالتالي النقط G ، D ، B في استقامية.

- $\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CG}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CE}=-\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BE}$

$\overrightarrow{AG}=-\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}+\frac{1}{6}\overrightarrow{BA}=-\frac{5}{6}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}=\frac{1}{6}(-5\overrightarrow{BA}+3\overrightarrow{BC})$

$\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BF}=-\overrightarrow{BA}+\frac{3}{5}\overrightarrow{BC}=\frac{1}{5}(-5\overrightarrow{BA}+3\overrightarrow{BC})$

وبالتالي : $6\overrightarrow{AG}=5\overrightarrow{AF}$ أي : $\overrightarrow{AG}=\frac{5}{6}\overrightarrow{AF}$

ومنه : $\overrightarrow{AG}$ ، $\overrightarrow{AF}$ لهما نفس المنحى وبالتالي النقط G ، F ، A في استقامية.

خلاصة : النقطة G تنتمي إلى المستقيمين (DB) و (AF) .