نعتبر f الدالة المعرفة على المجموعة $]-\infty\,;-1[\cup]-1\,;+\infty[$ بالعبارة : $f(x)=\dfrac{2x+1}{x+1}$

1) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x\neq -1$ لدينا : $f(x)=2-\dfrac{1}{x+1}$

2) أدرس تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

الحل :

1) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x\neq -1$ لدينا : $f(x)=2-\dfrac{1}{x+1}$

الطريقة 1 : ليكن $x\in\mathbb{R}-\{-1\}$: $f(x)=\dfrac{2x+2-1}{x+1}=\dfrac{2(x+1)}{x+1}-\dfrac{1}{x+1}=2-\dfrac{1}{x+1}$

الطريقة 2 : ليكن $x\in\mathbb{R}-\{-1\}$: $2-\dfrac{1}{x+1}=\dfrac{2(x+1)}{x+1}-\dfrac{1}{x+1}=\dfrac{2x+1}{x+1}=f(x)$

2) دراسة تغيرات الدالة f وتشكل جدول تغيراتها.

ليكن a و b عددين حقيقيين من المجموعة $]-\infty\,;-1[\cup]-1\,;+\infty[$ $a>b$ معناه $a+1>b+1$

معناه $\dfrac{1}{b+1}>\dfrac{1}{a+1}$ معناه $-\dfrac{1}{b+1}<-\dfrac{1}{a+1}$ معناه $2-\dfrac{1}{b+1}<2-\dfrac{1}{a+1}$

معناه $f(b)<f(a)$ إذن الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $]-\infty\,;-1[$ و $]-1\,;+\infty[$

جدول تغيرات الدالة f :

		+
	‖	2
		¥

دراسة $f(x)$ عندما يكون x كبير جدا أو صغير جدا :

لدينا $f(10^5)\approx 2$ و $f(-10^5)\approx 2$

دراسة $f(x)$ عندما يكون x قريب جدا من -1 :

$f(-0{,}9999)\,;\,-9998$ و $f(-1{,}0001)\,;\,10002$

ومنه: عندما يؤول x إلى $(-\infty)$ أو $(+\infty)$ فإن $f(x)$ يؤول إلى 2

وعندما يؤول x إلى -1 بقيم كبرى فإن $f(x)$ يؤول إلى $(-\infty)$ وبقيم صغرى $f(x)$ يؤول إلى $(+\infty)$