

التاريخ : الإثنين 12 ماي 2008  
المدة : ساعتان

ثانوية أبي ذر الغفاري - فنوغيل - أدرار  
المستوى : أقسام السنة الأولى جذع مشترك علوم و تكنولوجيا

## ( إختبار الثلاثي الأخير في مادة الرياضيات )

## التمرين الأول : (06 نقاط)

الجدول التالي يبيّن علامات 20 تلميذا لقسم السنة الأولى ثانوي في امتحان مادة الرياضيات :

|                          |   |   |   |    |    |
|--------------------------|---|---|---|----|----|
| العلامات (على 20)        | 3 | 5 | 8 | 12 | 16 |
| التكرارات (عدد التلاميذ) | 4 | 6 | 5 | 2  | 3  |

1. أعط جدولا احصائيا ، مبيّنا فيه : التواترات ، التكرارات المجمعة الصاعدة ، التكرارات المحمّعة النازلة.

2. أحسب كل من : الوسط الحسابي ، المدى ، الوسيط ، المنوال لهذه السلسلة الإحصائية.

## التمرين الثاني : (06 نقاط)

$f(x) = \frac{x+2}{x+1}$   $x$  عدد حقيقي ، ولتكن الدالة  $f$  المعرفة كما يلي :  
1. عين مجموعة تعريف الدالة  $f$ .

2. بين ، أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $D$  :  $f(x) = 1 + \frac{1}{x+1}$ .

3. أدرس تغيرات الدالة  $f$  على كل من المجالين  $]-\infty; -1]$  و  $]-1; +\infty[$  ، ثم شكّل جدول تغيراتها .

4. أوجد ترابط الدوال المرجعية التي تسمح بالمرور من  $x$  إلى  $f(x)$

## التمرين الثالث : (08 نقاط)

$f(x) = 2x^2 + 5x - 3$   $x$  عدد حقيقي ، ولتكن العبارة الجبرية  $f(x)$  ، حيث :

1. حل ، في  $\mathbb{R}$  ، المعادلة ذات المجهول الحقيقي  $x$  :  $f(x) = 0$  ، ثم حل العبارة  $f(x)$  .

2. أدرس إشارة  $f(x)$  على  $\mathbb{R}$  ، ثم استنتج مجموعة حلول المتراجحة :  $f(x) \leq 0$  .

3. عين مجموعة قيم العدد الحقيقي  $x$  ، حتى يكون :  $|f(x)| = -f(x)$

4. حل ، في  $\mathbb{R}$  ، المتراجحة ذات المجهول الحقيقي  $x$  التالية :  $2x^4 + 5x^3 - 3x^2 \leq 0$

5. حل ، في المجال  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  المعادلة ذات المجهول الحقيقي  $\alpha$  التالية :  $2\sin^2 \alpha + 5\sin \alpha - 3 = 0$

عن أستاذي المادة : ق. نوفة و ب. فريح  
بالتوفيق

## التمرين الأول : (06 نقاط)

1. إعطاء الجدول الإحصائي

| ت.م.ن | ت.م.ص | التواترات % | م. الفئات | التكرارات | العلامات |
|-------|-------|-------------|-----------|-----------|----------|
| 30    | 3     | 10          | 6.5       | 3         | [5, 8[   |
| 27    | 9     | 20          | 9.5       | 6         | [8, 11[  |
| 21    | 19    | 33.33       | 12.5      | 10        | [11, 14[ |
| 11    | 25    | 20          | 15.5      | 6         | [14, 17[ |
| 5     | 30    | 16.67       | 18.5      | 5         | [17, 20[ |

2. حساب مؤشرات السلسلة الإحصائية:

الوسط الحسابي:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^5 c_i n_i}{N} = \frac{3 \times 6.5 + 6 \times 9.5 + 10 \times 12.5 + 6 \times 15.5 + 5 \times 18.5}{30} = \frac{387}{30} = 12.9$$

المدي :  $e = 20 - 5 = 15$

الوسيط: الفئة الوسيطة التي تقابل التكرار م.ص 15: [11, 14[

$$m = 12.8 \quad \text{أي:} \quad m = a + \frac{\frac{N}{2} - A}{d} \times l = 11 + \frac{15 - 9}{10} \times 3$$

الفئة المنوالية : [11, 14[ فالمنوال هو :  $\frac{11+14}{2} = 12.5$  Mod = 12.5  
3. المؤشر المناسب هو : الوسط الحسابي .

## التمرين الثاني : (06 نقاط)

1. الشكل النمذجي للعبارة :  $f(x)$  لأجل  $x$  عدد حقيقي :

$$f(x) = 3\left(x^2 - 2x + \frac{5}{3}\right) = 3\left(x^2 - 2x + 1 - 1 + \frac{5}{3}\right) = 3\left[(x-1)^2 - 1 + \frac{5}{3}\right]$$

$$f(x) = 3\left[(x-1)^2 + \frac{2}{3}\right]$$

ادن :

$$f(x) = 3\left[(x-1)^2 + \frac{2}{3}\right] = f(x) = 3(x-1)^2 + 2 = a(x+b)^2 + c \quad \text{تعين : } a; b; c$$

ادن :  $a=3; b=-1; c=2$

3. دراسة اتجاه تغيرات الدالة  $f$  على المجالين :

أ- على المجال  $]-\infty; 1]$  :  $x_1 \leq x_2$  ومنه :  $x_1 - 1 \leq x_2 - 1$  أي :

$$(x_1 - 1)^2 + \frac{2}{3} \leq (x_2 - 1)^2 + \frac{2}{3} \quad \text{وعليه : } (x_1 - 1)^2 \leq (x_2 - 1)^2$$

$$3\left[(x_1 - 1)^2 + \frac{2}{3}\right] \leq 3\left[(x_2 - 1)^2 + \frac{2}{3}\right] \quad \text{ومنه : } f(x_1) \leq f(x_2)$$

وبالتالي : الدالة  $f$  متناقصة على  $]-\infty; 1]$

ب- على المجال  $[1; +\infty[$  :  $x_1 \leq x_2$  ومنه :  $x_1 - 1 \leq x_2 - 1$  أي :

$$(x_1 - 1)^2 + \frac{2}{3} \leq (x_2 - 1)^2 + \frac{2}{3} \quad \text{وعليه : } (x_1 - 1)^2 \leq (x_2 - 1)^2$$

$$3\left[(x_1 - 1)^2 + \frac{2}{3}\right] \leq 3\left[(x_2 - 1)^2 + \frac{2}{3}\right] \quad \text{ومنه : } f(x_1) \leq f(x_2)$$

وبالتالي : الدالة  $f$  متزايدة على  $[1; +\infty[$

جدول التغيرات :

| $x$ | $-\infty$ | 1 | $+\infty$ |
|-----|-----------|---|-----------|
|     |           |   |           |

4. إيجاد ترابط الدوال التي تسمح بالمرور من  $x$  إلى  $f(x)$  :

$$\text{لدينا : } x \rightarrow x - 1 \rightarrow (x - 1)^2 \rightarrow 3(x - 1)^2 + 2$$

وبالتالي : المرور من  $x$  إلى  $f(x)$  ، نستعمل ترابط الدوال  
المرجعية : الدالة التآلفية  $x \mapsto x - 1$  ، ثم الدالة "مربع" ،  
ثم الدالة التآلفية نفسها :  $x \mapsto 3x + 2$  .

## التمرين الثالث : (08 نقاط)

1. حل، في  $\mathbb{R}$ ، المعادلة  $g(x) = 0$  :  $a=2; b=3; c=-2$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \times 2 \times (-2) = 25$$

و بمأن :  $\Delta \geq 0$  ، فإن المعادلة تقبل حلين متميزين ، هما :

$$x' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3 + 5}{4} = -2 \quad ; \quad x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3 - 5}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$g(x) = a(x - x')(x - x'') = 2(x + 2)\left(x - \frac{1}{2}\right)$$

- التحليل :

2. دراسة إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$  :

| قيم $x$           | $-\infty$ | -2 | $\frac{1}{2}$ | $+\infty$ |
|-------------------|-----------|----|---------------|-----------|
| $x + 2$           | -         | 0  | +             | +         |
| $x - \frac{1}{2}$ | -         | -  | 0             | +         |
| $f(x)$            | +         | -  | 0             | +         |

- استنتاج مجموعة حلول المتراحة  $g(x) \geq 0$

من الجدول، فإن : مجموعة الحلول هي  $S = ]-\infty; -2] \cup [\frac{1}{2}; +\infty[$

3. المجموعة المرجعية للعبارة  $E(x)$

$$E(x) \text{ لها معنى اذا } x^2 - 4 \neq 0 \text{ ، أي: } (x - 2)(x + 2) \neq 0$$

أي:  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$  فالمجموعة المرجعية هي :  $\mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$

اختزال العبارة  $E(x)$  :

$$E(x) = \frac{2(x+2)\left(x - \frac{1}{2}\right)}{(x+2)(x-2)} = \frac{2\left(x - \frac{1}{2}\right)}{(x-2)} = \frac{2x-1}{x-2}$$

4. حل، المتراحة :  $E(x) \leq 0$

$$\text{لأجل : } x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\} : E(x) \leq 0 \text{ يكافئ: } \frac{2x-1}{x-2} \leq 0 \text{ أي:}$$

$$\frac{-x+5}{x-2} \leq 0 \quad \text{يكافئ:} \quad \frac{2x-1-3(x-2)}{x-2} \leq 0 \quad \text{ومنه : } \frac{2x-1}{x-2} - 3 \leq 0$$

وبعد دراسة إشارة المقدار  $\frac{-x+5}{x-2}$  ضمن جدول ،

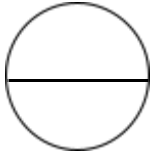
نجد أن مجموعة الحلول هي :  $S = ]-\infty; 2[ \cup [5; +\infty[$

5. حل، في المجال  $[0; 2\pi]$  المعادلة :  $2\cos^2 \alpha + 3\cos \alpha - 2 = 0$

$$\begin{cases} 2x^2 + 3x - 2 = 0 \\ \cos \alpha = x \quad ; \quad -1 \leq x \leq 1 \end{cases} \quad \text{تكافئ} \quad 2\cos^2 \alpha + 3\cos \alpha - 2 = 0$$

و هذه المعادلة قد حلت سابق، وبالتالي:  $\left(\cos \alpha = \frac{1}{2}\right) \cup (\cos \alpha = -2)$

وبما أن :  $-2 \notin [-1, 1]$  ، فإن :  $(\cos \alpha = -2)$  مرفوض ،



ادن المعادلة تعني:  $\left(\cos \alpha = \frac{1}{2}\right)$   
ومن الدائرة المثلثية، فإن هي:  $\alpha \in \left\{\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\right\}$   
-تمثيل صور الحلول على الدائرة المثلثية :

|        |   |
|--------|---|
| $f(x)$ | 2 |
|--------|---|